

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO SEGÚN LA TEORIA DE  
VAN HIELE

KATHERINE PALACIO VILLADA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE PSICOPEDAGOGÍA  
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL  
PEREIRA  
2016

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO SEGÚN LA TEORIA DE  
VAN HIELE

KATHERINE PALACIO VILLADA

Trabajo de grado para optar por el título de Licenciada en Pedagogía Infantil

Asesor

Héctor Gerardo Sánchez

Magister en Comunicación Educativa

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE PSICOPEDAGOGÍA  
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL  
PEREIRA

2016

Nota de aceptación:

---

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Pereira, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ del \_\_\_\_\_

## DEDICATORIA

*Este proyecto se lo quiero dedicar a mi familia,  
por su comprensión y apoyo constante, pero  
en especial a mi madre porque me ha  
dejado la mejor herencia,  
la educación.*

## **AGRADECIMIENTOS**

En el ir y venir de nuestra vida, Dios nos pone retos que con su ayuda superamos, algunas veces con mayor dificultad y otras con gran facilidad, pero por ahí dicen que “cuanto más difícil sea la batalla, más satisfactoria será la victoria” y este trabajo es el resultado de una larga y difícil batalla que hoy puedo decir que culmino satisfactoriamente gracias a:

Dios, principalmente, el cual me dio la fortaleza para continuar con éste trabajo, por darme la sabiduría y la fe para creer en mis capacidades y terminar lo que me parecía imposible concluir.

Esther Villada, mi madre, por su infinito apoyo tanto en lo económico como en lo afectivo, por ser la persona que me ha acompañado en todo momento y me ha ayudado a salir adelante en mis situaciones difíciles, y a mi padre, Álvaro Palacio, porque aunque ya no esté con nosotras, siento que desde el cielo estuvo ayudándome y hoy está celebrando este logro que es de todos, ver a su hija mayor culminando uno de sus sueños.

Mi Familia, por ser mi fuente de motivación para poder superarme cada día más, luchando por un futuro mejor.

Héctor Gerardo Sánchez, mi profesor y asesor, por la paciencia y el esmero por ayudarme a culminar este proceso, brindándome su conocimiento, su experiencia y tiempo en el ir y venir de la construcción de este proyecto, por no rendirse y acompañarme hasta el final.

Y a todas las personas que de una u otra manera hicieron parte de este proyecto.

Muchas gracias.

## ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS .....	8
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.....	9
ÍNDICE DE IMÁGENES .....	10
Resumen .....	11
ABSTRACT.....	12
INTRODUCCIÓN .....	13
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN .....	16
1.1. DESCRIPCIÓN DE LA REALIDAD PROBLEMÁTICA.....	16
1.2. FORMULACIÓN DE LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....	19
1.3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN .....	19
1.3.1. OBJETIVO GENERAL.....	19
1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	20
1.4. JUSTIFICACIÓN .....	20
2. MARCO TEÓRICO .....	22
2.1. ANTECEDENTES .....	22
2.2. BASES TEÓRICAS .....	25
2.2.1. DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO .....	27
2.2.2. COMPONENTE DESCRIPTIVO .....	28
2.2.3. COMPONENTE INSTRUCTIVO .....	30
2.2.4. VISUALIZACIÓN Y RECONOCIMIENTO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO:.....	32
2.2.5. ANALISIS DEL PENSAMIENTO GEOMETRICO:.....	33
3. METODOLOGÍA .....	34
3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN .....	34
3.2. MÉTODO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.....	34
3.3. POBLACIÓN Y MUESTRA .....	35
3.4. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS .....	36
3.4.1. DESCRIPCIÓN DE INSTRUMENTOS .....	36

<b>3.4.2. VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS</b> .....	38
<b>4. RESULTADOS</b> .....	40
4.1. ANÁLISIS DE LA INFORMACION .....	40
4.1.1. PRUEBA INICIAL: .....	40
4.1.2. ESTRATEGIA MEDIADORA: .....	48
4.2. INTERPRETACIÓN .....	53
<b>5. CONCLUSIONES</b> .....	79
<b>6. RECOMENDACIONES</b> .....	80
<b>7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	81
<b>8. ANEXOS</b> .....	84
<b>8.1. INSTRUMENTOS</b> .....	84
8.1.1. Prueba Inicial .....	84
8.1.2. Estrategia Mediadora .....	91
8.1.3. Formato Ficha de Autoevaluación .....	108
8.1.4. Diario de Campo .....	109
<b>8.2. CARTA DE CONSENTIMIENTO PARA APLICACIÓN DE PROPUESTA</b> .....	123

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Población y Muestra.....	36
Tabla 2. Análisis de Prueba Inicial .....	41



## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Visualización.....	42
Ilustración 2. Análisis .....	42

## ÍNDICE DE IMÁGENES

Imagen 1 .....	45
Imagen 2 .....	49
Imagen 3 .....	56
Imagen 4 .....	57
Imagen 5 .....	57
Imagen 6 .....	64
Imagen 7 .....	71
Imagen 8 .....	71
Imagen 9 .....	71
Imagen 10 .....	71
Imagen 11 .....	71
Imagen 12 .....	72
Imagen 13 .....	72
Imagen 14 .....	72
Imagen 15 .....	74
Imagen 16 .....	75
Imagen 17 .....	76

## **Resumen**

La presente investigación denominada “Desarrollo del pensamiento geométrico según la teoría de Van Hiele”, para favorecer el avance del nivel de razonamiento de los estudiantes de tercer grado de primaria de la Institución Educativa Gimnasio Risaralda de Pereira, tuvo como objetivo determinar el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes.

Además, ayuda al profesor a determinar el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico de sus estudiantes respecto a un tema determinado, pero de igual manera lo lleva a reflexionar sobre las actividades que debe seleccionar, con el objetivo de provocar una evolución en el nivel de razonamiento geométrico en sus estudiantes.

Se trabajó con una muestra de 25 estudiantes, con edades entre 8 y 9 años, de un estrato socioeconómico medio bajo. Es un tipo de Investigación descriptiva no experimental, de corte transeccional descriptivo.

Se diseñaron varios instrumentos para la recolección de datos que fueron: el cuestionario que permitió la organización y categorización del desarrollo del pensamiento geométrico; la observación detallada del desarrollo de cada una de las sesiones de trabajo con los estudiantes y las fichas de trabajo; los cuales sirvieron de sustento para constatar el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes, cuyo contraste de resultados permite observar como estudiantes teniendo la misma edad y estando en el mismo grado escolar, no determina que tengan el mismo nivel de razonamiento.

### **PALABRAS CLAVE:**

Modelo de desarrollo del pensamiento geométrico, niveles de razonamiento, fases de aprendizaje.

## **ABSTRACT**

This research called “Geometric thinking development” according to Van Hiele’s theory, to favor the advance from a level of reasoning to another of the students of third grade from “Institucion educativa Gimnasio Risaralda de Pereira” elementary school ; had as an objective determine the level of geometric thinking development in the students.

Besides, this research helps the teacher to determine the level of geometric thinking development of his students in regards to a specific topic, but in the same way, it takes him to reflect about the activities that has to select, with the objective of incite an evolution in the level of geometric thinking development in his students.

The research was worked with a sample of 25 students, with ages between 8 and 9 years, from a medium- low socioeconomic status. Is a type of descriptive research not experimental, of descriptive transeccional court.

Multiple instruments were designed for the data collection, which were: the questionnaire, which allowed the organization y categorizing of geometric thinking development; the detailed observation of the development from each one of the work sessions with the students and the worksheets, which served as a sustenance to verified the geometric thinking development in the students, whose results contrast allow us to observe how students with the same age and being in the same grade, don’t determine them to have the same level of reasoning.

## **KEY WORDS:**

Geometric Thinking Development Model, levels of reasoning, learning phrases.

## INTRODUCCIÓN

Hoy en día la geometría es una de las ramas de las matemáticas que tiene más importancia, por su gran utilidad para el desarrollo y progreso de la sociedad, la geometría permite describir y construir el mundo, prepara al estudiante para entender de una mejor manera el mundo que lo rodea, pero es lamentable saber que en el aula se le da tan poca importancia, por esto es que se le apuesta por cómo debe ser la enseñanza de esta disciplina, apoyados en la teoría de Van Hiele, para en últimas determinar el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes.

Por lo anterior, vale la pena mencionar que la intención de dicho proyecto es la de determinar el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Gimnasio Risaralda, basados en la teoría de Van Hiele, porque aunque se utilizaran las fases de aprendizaje que el profesor implementa para fomentar el avance de un nivel a otro, no se evaluarán éstas, sino el nivel que el estudiante alcanza gracias a el desarrollo de estas fases.

El presente informe está desarrollado en 5 capítulos, los cuales se explicarán a continuación:

**CAPÍTULO I:** Planteamiento del problema, en el cual se argumenta el rechazo de los contenidos geométricos por parte tanto de estudiantes como de profesores, los primeros por la falta de comprensión y los segundos por la falta de estrategias que faciliten su enseñanza, ante lo cual se plantea la necesidad de encontrar estrategias didácticas novedosas y motivadoras que generen expectativas en los estudiantes. De esto surgieron unos objetivos donde se planteó con claridad y precisión qué es lo que se busca con la realización de este trabajo.

CAPÍTULO II: Marco teórico, el cual se consolidó primero consultando investigaciones realizadas anteriormente relacionadas con el tema de investigación, las cuales sirven como base para el desarrollo del proyecto, y después centrándose en la teoría pertinente, con el fin de tener bases sólidas para dicho trabajo, el cual está centrado en la perspectiva de los esposos Dina y Pierre Van Hiele teniendo en cuenta su teoría sobre el desarrollo del pensamiento geométrico en su componente descriptivo e instructivo.

CAPÍTULO III: Metodología, trabajando bajo una investigación descriptiva, de corte no experimental, ya que lo que se hace es observar el fenómeno tal y como se da en su contexto natural, para luego analizarlo. Se trabajó con un grupo de 25 estudiantes de grado tercero de primaria de la Institución educativa Gimnasio Risaralda de Pereira, los cuales comprendían las edades de 8 a 9 años, los instrumentos utilizados para la recolección de datos fueron la prueba inicial, la estrategia mediadora y el diario de campo construido en el transcurso de las sesiones.

CAPÍTULO IV: Resultados, referidos al análisis e interpretación de la información, la cual estuvo enfocada hacia las acciones presentadas en el aula durante el desarrollo de la prueba inicial y la estrategia mediadora, triangulando esta información bajo la luz de la teoría de Van Hiele.

CAPÍTULO V: En el cual se pueden encontrar las conclusiones, las cuales evidencian lo logrado durante todo el proceso de la investigación y, las recomendaciones que les permitirán a los interesados de dicha investigación, apoyarse de ellas para la aplicación de la propuesta.

Finalmente se encuentran las referencias bibliográficas las cuales hicieron parte de la búsqueda de información necesaria para llevar a buen término este proyecto

de grado, al igual que la prueba inicial aplicada, la estrategia mediadora utilizada y los anexos.

## **1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

### **1.1. DESCRIPCIÓN DE LA REALIDAD PROBLEMÁTICA**

Teniendo en cuenta que la enseñanza de los contenidos geométricos ha sido puesta en un segundo lugar en las aulas de clase, y a pesar de que el Ministerio de Educación Nacional, con la publicación de los lineamientos curriculares en el año 1998, ha tratado de dar orden y directrices en cuanto a lo que el país necesita y las instituciones educativas deben ofrecer, dejando de lado las imitaciones y repeticiones del saber y centrándose en la construcción de éste, apostando por un cambio progresivo por parte de profesores y directivos; tristemente se observa hoy en día que este cambio no se ha dado en la manera que se esperaba, específicamente en cuanto a la geometría, continúan desconociendo la gran contribución que brinda al desarrollo de la capacidad espacial, el cual según Howard Gardner es esencial para el pensamiento científico, ya que éste es usado para manejar información y representar lo que brinda el entorno.

Se está dictando clases en un mundo donde permanentemente está en movimiento, y más aún los niños que continuamente están explorando, observando, preguntando, y tristemente llegan a un aula donde simplemente se deben sentar a escuchar y escribir, negándoles toda posibilidad para investigar y expresarse; evidenciándose entonces un método netamente tradicional que sigue estando presente en la mayoría de las aulas de clase, generando con esto una discordancia, ya que aunque el proyecto educativo institucional (PEI) muestre que se ha cambiado por un modelo socio constructivista, se puede observar en las aulas de clase que no se pone en práctica, y en el caso más específico en la institución educativa Gimnasio Risaralda, la cual fue objeto de la investigación, donde se observa la falta de interés por parte de los estudiante. Esta falta de



estrategias coherentes entre la enseñanza y la forma de aprender del estudiante están llevando al rechazo de los contenidos geométricos. Con lo anterior se puede traer a colación la investigación realizada por Hernández y Villalba<sup>1</sup>, cuando exponen que en los cursos de geometría euclidiana, el material es presentando a los estudiantes como un producto final, sin permitir que los estudiantes tomen parte activa en el desarrollo de su pensamiento matemático. O como lo afirman Paredes, Iglesias y Ortiz<sup>2</sup>, cuando exponen que la mayoría de las instituciones educativas desarrollan la enseñanza de la geometría de una manera tradicional caracterizada, principalmente, por la clase magistral, por el trabajo en grupos y, sobre todo, por el uso del discurso del profesor como principal medio didáctico. Lamentablemente con este tipo de estrategias, se está perdiendo el interés de los estudiantes por aprender.

Por tal razón, es fundamental que la escuela le dé un vuelco a los procesos de enseñanza y aprendizaje que está impartiendo, con respecto al pensamiento espacial, tal como lo exponen los esposos Dina y Pierre Van Hiele<sup>3</sup> en su teoría sobre el desarrollo del pensamiento espacial, donde sus principales supuestos son que el aprendizaje de la geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento, que no van asociados a la edad y que sólo alcanzado un nivel, se puede pasar al siguiente, pero también sustentan que “no hay un método para alcanzar un nivel nuevo pero mediante unas actividades y enseñanza adecuadas se puede predisponer a los estudiantes a su adquisición” que serían las fases de aprendizaje presentadas en su teoría como el componente instructivo.

---

<sup>1</sup> HERNÁNDEZ, V. y VILLALBA, M. Perspectivas en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI. Documento de discusión para estudio ICMI. PMME-UNISON. 2001. Traducción del documento original. Disponible en <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>

<sup>2</sup> PAREDES, Z., IGLESIAS, M. y ORTIZ, J. Sistemas de cálculo simbólico y resolución de problemas en la formación inicial de docentes. 2007. Revista Enseñanza de la Matemática, 12 al 16 (número extraordinario), p 89-107.

<sup>3</sup> VAN HIELE, Pierre. Structure and insight, Academic Press. New York. 1986.

Se puede ver entonces desde el punto de vista de la enseñanza, que el desarrollo del pensamiento espacial se está viendo afectado al ignoran la teoría de Van Hiele en cuanto a su componente instructivo, en el cual se delimitan cinco fases de aprendizaje, las cuales favorecen el avance de un nivel de razonamiento de los estudiantes a otro. El hecho está en que los profesores reflexionen sobre las actividades que debe seleccionar con el objetivo de provocar la evolución del razonamiento geométrico, que es en últimas lo que propone la teoría de los esposos Van Hiele.

Este modelo surge en la década de los 70 y adaptado e interpretado desde la actualidad a los intereses y necesidades de los estudiantes, no ha perdido su vigencia, por el contrario tiene la validez necesaria desde los componentes descriptivo e instructivo, para ser aplicado en las aulas escolares.

Pero el hecho no está en que solo se empleen las fases de aprendizaje del modelo, sino que se debe propiciar que los estudiantes no se queden en un nivel de razonamiento, sino que por el contrario vayan pasando de un nivel a otro, esto se logra identificando en qué nivel se encuentran los nuestros estudiantes inicialmente. “En la teoría de Van Hiele se afirma que para conocer en qué nivel de razonamiento se encuentra un alumno es necesario atender tanto a sus estrategias de resolución de problemas como a su forma de expresarse y al significado que le da al vocabulario que escucha, lee o utiliza para expresar sus conocimientos.”<sup>4</sup>. De esta manera se puede determinar el nivel de razonamiento de un estudiante no solo con los que expresa en sus resultados sino que se debe tener en cuenta la manera de cómo interpreta cada una de las situaciones, el significado que le da a éstas y su manera de darle solución.

---

<sup>4</sup> BRESSAN, A.. BOGISIC, B. y CREGO, K. Razones para Enseñar la Geometría en la Educación Básica, Buenos Aires. Ediciones Novedades Educativas. 2000, 2006. p 76.

En síntesis, lo que se pretende hacer con esta investigación, es especificar cuál es el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Gimnasio Risaralda de acuerdo a los niveles de razonamiento propuestos en la teoría de Dina y Pierre Van Hiele, una vez que se aplicó una estrategia novedosa, basada en las cinco fases de aprendizaje, donde el papel protagónico lo realizó el estudiante como constructor de su propio conocimiento.

## **1.2. FORMULACIÓN DE LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

¿Cuál es el desarrollo del pensamiento geométrico según la teoría de Van Hiele, en los estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Gimnasio Risaralda?

## **1.3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN**

### **1.3.1. OBJETIVO GENERAL**

Determinar el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico según la teoría de los esposos Van Hiele, en los estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Gimnasio Risaralda.

### **1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- 1.3.2.1.** Determinar el nivel de visualización y reconocimiento del pensamiento geométrico según la teoría de los esposos Van Hiele, en los estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Gimnasio Risaralda.
- 1.3.2.2.** Determinar el nivel de análisis del pensamiento geométrico según la teoría de los esposos Van Hiele, en los estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Gimnasio Risaralda.

### **1.4. JUSTIFICACIÓN**

Una de las necesidades más importantes en las instituciones educativas de nuestro país y especialmente de nuestra ciudad debería ser la enseñanza de contenidos geométricos basado en un modelo socio constructivista, donde los estudiantes se apropien de su conocimiento, viendo la necesidad de aprender porque encuentran la utilidad en sus vidas cotidianas, y de esta manera no quedarse en un nivel de razonamiento geométrico sino ir progresando cada vez más hasta apropiarse del conocimiento. Es notorio que existe un rechazo de los contenidos geométricos por parte tanto de estudiantes como de profesores, los primeros por la falta de comprensión y los segundos por la falta de estrategias que faciliten su enseñanza,

Por lo anterior el interés en esta investigación es el de indagar en qué nivel de razonamiento se encuentran los estudiantes presentándoles una estrategia innovadora que los estimule a pasar de un nivel de razonamiento a otro superior,

se enfoca en la teoría de Van Hiele, la cual sustenta su teoría desde dos componentes, el descriptivo el cual ayuda a comprender las formas de razonamiento geométrico de los estudiantes, pudiendo valorarse su progreso en cinco niveles, y el instructivo que nos da las pautas a seguir para favorecer el avance de un nivel a otro, comprendido en cinco fases de aprendizaje.

Así pues se está comprendiendo las maneras en que están razonando los estudiantes, para saber en qué nivel de razonamiento se encuentran y así poder proponer estrategias novedosas las cuales favorezcan el avance significativo en cuanto al desarrollo del pensamiento geométrico.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1. ANTECEDENTES

***“Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule. Talca, Chile”<sup>5</sup>***

Es una investigación realizada con el fin de analizar el nivel de razonamiento geométrico que presentan los estudiantes de instituciones educativas municipalizadas con altos índices de vulnerabilidad, de la Región del Maule, Chile, ya que existe un problema actual relacionado con el aprendizaje de la geometría, puesto que la formación que se entrega, en general, no responde a las necesidades locales ni a los desafíos que la sociedad impone; su propósito entonces es el de conocer cómo razonan los alumnos y por qué lo hacen así, para realizar una intervención didáctica que ayude a superar y revertir la situación actual del país.

En su marco teórico, recopilan investigaciones realizadas sobre el conocimiento geométrico de los estudiantes desde tres perspectivas teóricas, que son las de Piaget, Van Hiele y la ciencia cognitiva, caracterizando los procesos de visualización y razonamiento, citando el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele.

---

<sup>5</sup>CAAMAÑO ESPINOZA, Carlos y ARAVENA DÍAZ, María. Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule. Talca, Chile. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. Relime vol.16 no.2. México, Julio de 2013. Disponible en: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-24362013000200002&lang=pt](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362013000200002&lang=pt)

El instrumento utilizado fue un test el cual contó con diez (10) problemas que respondían a cada tema a evaluar, algunos de estos temas eran: cuadriláteros, circunferencia y sus elementos, semejanza de figuras planas, paralelogramos entre otros, dicho instrumento fue validado mediante la triangulación de jueces expertos.

Se aplicó el instrumento a seiscientos veinticinco (625) estudiantes de diferentes ciudades, pertenecientes a instituciones educativas municipalizadas de la región del Maule, Chile, de un nivel socioeconómico medio, medio bajo y bajo.

Después de haber aplicado el instrumento, y de haber analizado e interpretado los resultados obtenidos, caracterizado y jerarquizado a los estudiantes, se concluye que no hay ningún estudiante que haya alcanzado el nivel tres (3) de razonamiento en un grado de adquisición alto, por consiguiente están de acuerdo con otras investigaciones sobre el tema que en el nivel cuatro (4) de razonamiento, los estudiantes no llegan a seguir una secuencia lógica. Los estudiantes siguen actuando en el primer nivel de razonamiento.

***“Aplicación del modelo propuesto en la Teoría de Van Hiele para la enseñanza de la geometría.”<sup>6</sup>***

El objetivo de esta investigación es el de evaluar la aplicación del modelo propuesto en la teoría de Van Hiele para la enseñanza de la geometría, mediante el nivel de razonamiento geométrico alcanzado por los estudiantes de la Mención Básica Integral del Programa de Educación del Núcleo Luz Punto Fijo. Habiendo cursado ya la asignatura.

---

<sup>6</sup> LOBO, Netsy. Aplicación del modelo propuesto en la Teoría de Van Hiele para la enseñanza de la geometría. Multiciencias (en línea) 2004. Disponible en: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=90440104>> ISSN 1317-2255.

Pretenden con esto elevar el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes aplicando la teoría de Van Hiele en el desarrollo de cada una de las clases, para así determinar el nivel de razonamiento geométrico alcanzado una vez aplicada.

Esta investigación se centró en un proceso exploratorio bajo la modalidad de campo, específicamente en el área de aplicación y evaluación de modelos de enseñanza. La población estuvo representada por los 40 estudiantes de las dos únicas secciones de geometría del segundo período del año, aleatoriamente dicha muestra se dividió en grupo experimental y grupo control.

El proceso de investigación se inició con el diseño del programa de geometría de acuerdo al modelo de enseñanza propuesto en la teoría de Van Hiele, en la segunda etapa se aplicó una prueba diagnóstica para determinar el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes que conformaban la muestra al iniciar la asignatura Geometría, la tercera etapa consistió tanto en la aplicación de la teoría de Van Hiele en las clases de geometría del grupo experimental, como en la evaluación continua de los logros alcanzados por los estudiantes durante todo el semestre y finalmente se analizaron los resultados obtenidos con ambos grupos.

Este proceso de investigación permite entonces presentar unas consideraciones finales, las cuales sustentan que todo docente debe tomar en cuenta el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentran los estudiantes, ya que si la enseñanza se lleva a cabo en un nivel de razonamiento geométrico superior, se produce una incomprensión entre los alumnos y el profesor, de esta manera el aprendizaje no va a ser real y lo que se logra es una memorización de los resultados por parte de los estudiantes, quienes aparentarán un nivel de razonamiento geométrico superior al que realmente poseen. Esto se observa generalmente cuando los alumnos realizan determinadas demostraciones que requieren de un razonamiento formal. Ya una vez que el docente determine el nivel de razonamiento geométrico en que se encuentran sus alumnos, debe



planificar y ejecutar diversas actividades que les permitan avanzar al nivel inmediato superior.

Para evaluar los contenidos de geometría de acuerdo al modelo de Van Hiele, se deben elaborar los instrumentos de evaluación con ítems que se relacionen con las características de cada uno de los niveles del mismo. Al evaluar la aplicación de este modelo en la realidad educativa nacional, se verificó que es muy efectivo para elevar el nivel de razonamiento geométrico de los alumnos. Sin embargo, existen otros modelos de enseñanza que también se pueden adaptar al sistema educativo, ya que finalmente el objetivo principal en nuestro caso es mejorar la enseñanza de la matemática en el país.

## **2.2. BASES TEÓRICAS**

Dicha investigación posee una fundamentación teórica apoyada en los esposos Van Hiele, en cuanto al desarrollo del pensamiento geométrico, en los componentes descriptivo e instructivo, el cual ayuda de esta manera a comprender las diferentes formas de razonamiento geométrico de los estudiantes así mismo da unas pautas a seguir para favorecer el avance de un nivel de razonamiento a otro; esto permite una comprensión del saber científico, logrando de esta manera una aplicación teórica adecuada a la hora de determinar el nivel de desarrollo en el que se encuentran los estudiantes.

Como primera instancia se debe tener claro que el ideal de la educación Colombiana es el de enseñar buscando una construcción de un individuo integral, que se desempeñe como buen ser humano en todos los ámbitos de la vida, pero desafortunadamente se ve que este ideal no es llevado a la realidad. Hay que formar en el pensamiento matemático pero evidenciando en éste cada uno de los aspectos que ayudan a la formación de un buen ser humano y de un buen

ciudadano, que sea crítico y argumentativo, capaz de buscar el bien propio pero también de ayudar a los demás para llegarlo alcanzar.

Es claro entonces que hoy en día se busca un aprendizaje por competencias (conceptos, procedimientos y actitudes) los cuales utilizados de una manera correcta y trayendo el contexto de los estudiantes al aula de clase, se espera que les sirva no solo para el ámbito escolar, sino también para desenvolverse en su vida social y laboral.

"El grupo social en el que se mueve la escuela hoy es universal, los intereses son de índole mundial. Estos aspectos deben servir para lo local y lo foráneo, para el hoy y para entender y transformar el mañana. Los cuestionamientos del cómo se aprende y qué se aprende en la escuela han dejado de ser territoriales"<sup>7</sup>

De esta manera está claramente evidenciado que hoy en día la vida escolar y la vida social y laboral están relacionadas entre sí y así debe ser en la escuela Colombiana, no enseñar por enseñar sino con un propósito claro, un qué un para qué y un por qué, además de aprovechar los intereses de los estudiantes, sus conocimientos previos y su contexto, proponer situaciones del día a día, todo con el fin de que los mismos estudiantes identifiquen la utilidad del conocimiento fuera del aula de clase, que no se quede en un conocimiento adquirido con limitación, sino que se expanda al diario vivir.

Por todo lo anterior cabe destacar la importancia de la educación matemática, y en el caso inmediato del pensamiento espacial ya que éste permite a los estudiantes sentirse capaz de crear relaciones necesarias para ver su realidad con los ojos de la ciencia, pues en el pensamiento espacial se presenta toda una estructura en la manera como el estudiante entiende, desde que se le presenta un concepto

---

<sup>7</sup> García Roa, MARÍA AGUSTINA. Didáctica de la Geometría Euclidiana: Conceptos Básicos para el Desarrollo del Pensamiento Espacial. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 2006. Pág. 14.

nuevo, cómo lo percibe, cómo lo explica, cómo lo usa y el cómo termina formalizándolo, interiorizándolo para después utilizarlo en diferentes contextos.

Teniendo claro la importancia del desarrollo del pensamiento espacial y todas las ventajas que trae al proceso de enseñanza, pasamos ahora a exponer la perspectiva del modelo de Van Hiele<sup>8</sup>.

### 2.2.1. DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO<sup>9</sup>

El modelo de Van Hiele abarca dos aspectos fundamentales:

- **Descriptivo**, mediante el cual se identifican diferentes formas de razonamiento geométrico de los estudiantes y se puede valorar el progreso de estos.
- **Instructivo**, que marca unas pautas a seguir por los profesores para favorecer el avance de los estudiantes en su nivel de razonamiento geométrico.

La idea central del componente **descriptivo** es que a lo largo del proceso del aprendizaje de la geometría los estudiantes pasan por una serie de niveles de razonamiento, secuenciales, ordenados de tal forma que no se puede excluir alguno. Cada nivel supone la comprensión y utilización de los conceptos geométricos de una manera distinta, lo cual muestra una forma diferente de interpretarlos, definirlos, clasificarlos y hacer demostraciones. Mientras que el

---

<sup>8</sup> Fouz, FERNANDO. Modelo De Van Hiele Para La Didáctica De La Geometría. Donostia. En: [http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

<sup>9</sup> Vargas, GILBERTO; Gamboa, RONNY. El Modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Costa Rica. En: [www.revistas.una.ac.cr/uniciencia](http://www.revistas.una.ac.cr/uniciencia). 2013. Vol. 27, No. 1, p. 74-94.

componente ***instructivo*** del modelo, se basa en las fases de aprendizaje, estas constituyen unas directrices para fomentar el desarrollo de la capacidad de razonamiento matemático de los estudiantes y el paso de un nivel de razonamiento al siguiente, mediante actividades y problemas particulares para cada fase.

### 2.2.2. COMPONENTE DESCRIPTIVO<sup>10</sup>

Propone cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que muestran un modo de estructurar el aprendizaje de la geometría estos niveles son:

- **NIVEL 1: Visualización y reconocimiento:** En este nivel el estudiante percibe el espacio como una totalidad, no identifica diferentes componentes de un todo, es decir el estudiante concibe los espacios y su entorno como algo completo y no se fija en detalles, partes o propiedades del espacio, pueden reconocer figuras, objetos y formas por la percepción visual que tiene de las mismas, pero no tienen en cuenta que tienen unas partes que las conforman y unas propiedades. Las descripciones que se realizan en este nivel son de forma muy visual comparándose con objetos conocidos del entorno.
- **NIVEL 2: Análisis:** el estudiante identifica los componentes generales de un todo y sus características, pero aun no hace relaciones entre ellos, es decir puede identificar que un cuadrado o un rectángulo tiene lados y ángulos pero aun no es capaz de establecer la relación existente entre los lados y los ángulos de ese cuadrado o rectángulo, ni la relación existente entre el cuadrado y el rectángulo o clasificarlos según las propiedades que comparten, el estudiante aun no clasifica ni diferencia las figuras de los cuerpos o lo tridimensional de lo bidimensional.

---

<sup>10</sup> Fouz, FERNANDO. Modelo De Van Hiele Para La Didáctica De La Geometría. Donostia. En: [http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

- **NIVEL 3: Ordenación o clasificación:** el estudiante comprende las características de los componentes de un todo y los clasifica teniendo en cuenta dichas características, en este nivel el estudiante ya realiza clasificaciones teniendo en cuenta las propiedades de las figuras y cuerpos y comprende las relaciones existentes entre las propiedades y sus consecuencias, lo que le permite comprender las definiciones geométricas y empezar a desarrollar conceptos básicos de la geometría formal. Clasifica lógicamente los objetos, realiza razonamientos lógicos formales y comprende pasos individuales de un razonamiento lógico aisladamente.
- **NIVEL 4: Deducción formal:** El estudiante hace relación entre las características de los componentes del todo, comprende la importancia y necesidad de las demostraciones para justificar planteamientos, además comprende y comienza a buscar nuevas formas de llegar a resultados, comprobando su eficacia haciéndose consciente que puede partir de distintas proposiciones a la misma conclusión. En este nivel el estudiante ya tiene un alto nivel de razonamiento lógico, comprende y utiliza definiciones de la geometría como verdaderas e irrefutables, adquiere una visión globalizada de las matemáticas teniendo en cuenta axiomas (verdades no refutables) y el carácter axiomático mismo de las matemáticas.
- **NIVEL 5: Rigor:** En este nivel el estudiante reconoce y comprende sistemas de teorías y axiomas referentes a la geometría y tiene la capacidad de comprender la geometría de forma abstracta, sin necesidad del trabajo concreto o gráfico.

De la misma manera como Piaget propone estadios de desarrollo cognoscitivo secuenciales, este modelo expone lo mismo para los niveles de razonamiento, deben ser secuenciales, no es posible alterar el orden; no se puede pedir a un

estudiante que clasifique si antes no ha reconocido los elementos con los cuales va a trabajar, o que deduzca sin analizar.

Los elementos implícitos en un nivel deben hacerse explícitos en el siguiente. Una de las labores del maestro es ayudar al estudiante a concientizarse del uso de sus razonamientos para el siguiente nivel y además fijarse en el nivel de razonamiento en el que se encuentran sus estudiantes, con el propósito de orientar en forma adecuada y establecer ciertas condiciones de exigencia.

El estudiante puede profundizar en un tema determinado y alcanzar el nivel 3 de razonamiento, por ejemplo; pero esto no implica que en los demás temas alcance el mismo nivel. En todo concepto es indispensable el recorrido por cada uno de estos niveles.

### 2.2.3. COMPONENTE INSTRUCTIVO<sup>11</sup>

Está formado por las cinco fases de aprendizaje:

- **FASE 1: Información:** Esta fase se logra a través de actividades determinadas con propósitos bien definidos. Se trata de una fase de toma de contactos, el profesor debe informar a los estudiantes sobre el campo de estudio en el que van a trabajar, qué tipo de problemas se van a plantear, qué materiales se van utilizar. Así mismo los estudiantes aprenderán a manejar el material y adquirir una serie de conocimientos básicos imprescindibles para comenzar el trabajo matemático propiamente dicho. También el profesor en esta fase debe averiguar los conocimientos previos de los estudiantes sobre el tema a abordar. Se realiza con el propósito de determinar los preconceptos que poseen los estudiantes sobre el tema específico y ayuda a ubicar por parte del maestro los estudiantes que tienen

---

<sup>11</sup> Fouz, FERNANDO. Modelo De Van Hiele Para La Didáctica De La Geometría. Donostia. En: [http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

claridad sobre el tema y a aquellos a quienes es necesario reforzarles o modificarles las ideas básicas de los conceptos.

- **FASE 2: Orientación Dirigida:** La conforman una serie de actividades propuestas por el maestro para el aprendizaje y construcción de los conceptos básicos del objeto de estudio en el momento para la clase de matemáticas. En esta fase los estudiantes comienzan a explorar el campo de estudio por medio de investigaciones basadas en el material que se les proporciona, el objetivo de esta fase es conseguir que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan cuales son los conceptos, propiedades, figuras, cuerpos principales en el área de la geometría.
- **FASE 3: Explicitar:** Consiste en argumentar los procedimientos y las respuestas obtenidas en las actividades realizadas. Se socializan los resultados ya sea de manera oral o escrita. Esta fase está presente durante todo el trabajo. La finalidad principal es que los estudiantes intercambien sus experiencias, que comenten las regularidades que han observado, que expliquen cómo han resuelto las actividades, todo esto en un contexto de diálogo en el grupo. Esta fase no es una fase de aprendizaje de cosas nuevas, puesto que es una revisión del trabajo hecho antes, donde se sacan conclusiones de la práctica y de la forma de expresarse.
- **FASE 4: Orientación Libre:** Consta de una serie de actividades dirigidas a profundizar los conocimientos adquiridos, a ampliar la aplicación de estos y a relacionarlos. Los estudiantes deben de aplicar los conocimientos y lenguaje que adquirieron a otras investigaciones diferentes, los estudiantes mejoran los conocimientos del tema en estudio, mediante el planteamiento por el profesor de problemas que puedan desarrollarse de diversas formas

o que lleven a diferentes soluciones. Las actividades de esta fase deben presentar situaciones nuevas, ser abiertas, con varios caminos de solución.

- **FASE 5: Integración:** Se resume todo lo estudiado intentando integrar los conocimientos nuevos de los ya existentes en el estudiante, ampliando de esta manera la red de conocimientos. En esta fase los estudiantes deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos que tienen a su disposición, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado. Es importante que estas comprensiones globales no le aporten ningún concepto o propiedad nueva al estudiante, solamente debe ser una acumulación, comparación y combinación de cosas que ya conocen.

La finalidad del modelo de Van Hiele, es describir cómo se va cambiando la forma de razonar de los estudiantes mediante los niveles de razonamiento que abarca desde la visión más sencilla de los conceptos geométricos hasta el empleo del razonamiento formal.

Ahora bien, esta investigación se centró en los dos primeros niveles de razonamiento: visualización y reconocimiento, análisis; los cuales son la base fundamental de este trabajo, los cuales fueron explicados anteriormente en el componente descriptivo del desarrollo del pensamiento geométrico.

#### **2.2.4. VISUALIZACIÓN Y RECONOCIMIENTO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO<sup>12</sup>:**

Tres son las características fundamentales de este nivel:

1. Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.

---

<sup>12</sup> Fouz, FERNANDO. Test Geométrico Aplicando El Modelo de Van Hiele. En revista SIGMA 28, 2006, p. 34.



2. Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc.) No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.
3. No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo.

#### **2.2.5. ANALISIS DEL PENSAMIENTO GEOMETRICO<sup>13</sup>:**

1. Se perciben las componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación.
2. De una manera informal pueden describir las figuras por sus propiedades pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en Geometría se elaboran a partir de propiedades no pueden elaborar definiciones.
3. Experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades.
4. Sin embargo no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

---

<sup>13</sup> Fouz, FERNANDO. Test Geométrico Aplicando El Modelo de Van Hiele. En revista SIGMA 28, 2006, p. 34.

### **3. METODOLOGÍA**

#### **3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN**

Para Tamayo<sup>14</sup>, la investigación DESCRIPTIVA “Comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, composición o procesos de los fenómenos. El enfoque que se hace sobre conclusiones es dominante, o como una persona, grupo o cosa, conduce a funciones en el presente. La investigación descriptiva trabaja sobre las realidades de los hechos y sus características fundamentales es de presentarnos una interpretación correcta”. En definitiva, dicho tipo de investigación nos permite entonces medir la información recolectada sistemáticamente para luego describir, analizar e interpretar el fenómeno estudiado con base en la realidad del escenario planteado, a la luz de la teoría.

En la presente investigación se describe el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de tercero, mediante una estrategia donde se recogió la información pertinente para el estudio, analizándolo e interpretándolo desde la teoría de Van Hiele la cual es la que fundamenta teóricamente la investigación.

#### **3.2. MÉTODO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN**

Toro y Parra<sup>15</sup> en su libro postula que los diseños no experimentales se pueden clasificar en transeccionales y longitudinales, entendiendo que los diseños transeccionales o transversales “recolectan datos en un solo momento... su propósito es describir variables, y analizar su incidencia e interrelación en un

---

<sup>14</sup> TAMAYO y Tamayo, Mario. El proceso de la investigación científica. P 40. Disponible en: <http://es.scribd.com/doc/12235974/Tamayo-y-Tamayo-Mario-El-Proceso-de-la-Investigacion-Cientifica#scribd>

<sup>15</sup> TORO JARAMILLO, Iván Darío y PARRA RAMÍREZ, Rubén Darío. Método y conocimiento: Metodología de la Investigación. P. 158- 159. Disponible en: <https://books.google.com.co/books?id=4Y-kHGjEjy0C&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false>

momento dado” pero aclara de igual manera que estos diseños pueden dividirse en descriptivos y correlacionales, llevándonos a tomar entonces el diseño transeccional descriptivo el cual “tiene como objetivo indagar la incidencia y los valores en que se manifiesta una o más variables. El procedimiento consiste en medir en un grupo de personas u objetos una o, generalmente, más variables y proporcionar su descripción. Son, por lo tanto, estudios puramente descriptivos”, que en definitiva es lo que haremos con nuestra investigación, ya que en la investigación se midió un grupo de 25 estudiantes en varias variables comprendidas en los dos primeros niveles de visualización y análisis proporcionando una descripción detallada.

### **3.3. POBLACIÓN Y MUESTRA**

Basados en el libro de Tamayo<sup>16</sup>, quien expone que población y muestra en una investigación generalmente se tratan juntos, pero aclara también que tienen sus diferencias, en este caso en particular se definen dos temas por separado, se comienza por la población que corresponde a “la totalidad de un fenómeno de estudio... las unidades de población poseen una característica común, la cual se estudia y da origen a los datos de la investigación”, “a partir de la población cuantificada para una investigación se determina la MUESTRA, cuando no es posible medir cada una de las entidades de la población; esta muestra se considera, es representativa de la población”.

Así pues a continuación se expone la población y muestra, la cual corresponde a los estudiantes de grado tercero de la institución educativa Gimnasio Risaralda, que está conformado por veinticinco (25) estudiantes que oscilan entre los 8 y 9 años, en la jornada de la mañana. Lo detallaremos en la siguiente tabla:

---

<sup>16</sup> TAMAYO y Tamayo, Mario. El proceso de la investigación científica. P 176. Disponible en: <http://es.scribd.com/doc/12235974/Tamayo-y-Tamayo-Mario-El-Proceso-de-la-Investigacion-Cientifica#scribd>

**Tabla 1. Población y Muestra**

<b>CRITERIOS</b>	<b>NÚMERO DE ESTUDIANTES</b>
Estudiantes Hombres	17
Estudiantes Mujeres	8
Edades entre 8 y 9 años	25
Estrato socio-económico medio bajo	25
Padres trabajadores	25

### **3.4. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS**

Toro y Parra<sup>17</sup> sustentan que “en la mayoría de los casos ninguna técnica sola es suficiente. Para abordar un problema de investigación en ocasiones se requiere la utilización de más de una técnica, pues los resultados obtenidos en una deben ser validados por otra nueva técnica”

En este trabajo de investigación se utilizaron varios instrumentos que, teniendo en cuenta el problema de investigación se cree que son los que más se adecúan a éste.

#### **3.4.1. DESCRIPCIÓN DE INSTRUMENTOS**

Los instrumentos que se utilizaron para el trabajo de investigación fueron los siguientes:

- Cuestionario, el cual según Hernández, Fernández y Baptista<sup>18</sup> es el instrumento más utilizado para la recolección de datos, “consiste en un conjunto de preguntas respecto de una o más variables a medir” estas preguntas pueden ser de dos tipos, preguntas cerradas las cuales

---

<sup>17</sup> TORO JARAMILLO, Iván Darío y PARRA RAMÍREZ, Rubén Darío. Método y conocimiento: Metodología de la Investigación. P. 167 Disponible en: <https://books.google.com.co/books?id=4Y-kHGjEjy0C&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false>

<sup>18</sup> Hernández, Roberto, Fernández, Carlos y Baptista, M del P. Metodología de la Investigación. 4 Edición. P. 310. México. Disponible en <http://es.scribd.com/doc/38757804/Metodologia-de-La-Investigacion-Hernandez-Fernandez-Batista-4ta-Edicion#scribd>

“contienen categorías u opciones de respuesta que han sido previamente delimitadas”, o preguntas abiertas que son las que “no delimitan de antemano las alternativas de respuesta, por lo cual el número de categorías de respuesta es muy elevado; en teoría, es infinito, y puede variar de población en población”.

Para la aplicación de dicho instrumento, se utilizó el “Proyecto PEPE”, el cual es una Plataforma de Entornos Pedagógicos Especializados, cuyo propósito es mejorar los desempeños escolares de estudiantes en las áreas de matemáticas y lenguaje, el cual se adecuó tanto al contexto de la población y muestra, como a los objetivos de la investigación.

Este instrumento permitió la organización y categorización del desarrollo del pensamiento geométrico según la teoría de los espesos Van Hiele en los estudiantes de grado tercero de educación primaria, evaluando los niveles de visualización y análisis de dicha teoría, los cuales fueron indagados por una serie de preguntas abiertas y cerradas basadas en las propiedades y características de las figuras geométricas como el triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo.

- Observación, teniendo en cuenta el libro de Toro y Parra<sup>19</sup> donde explican que “en la investigación cualitativa la observación constituye una técnica adecuada para acceder al conocimiento cultural de los grupos, a partir del registro de las acciones de las personas en su ambiente cotidiano... observar con un sentido de indagación rigurosa implica focalizar la atención de manera intencional, sobre algunos segmentos de la realidad que se estudia, tratando de captar sus elementos constitutivos y la manera cómo interactúan entre sí, con el fin de reconstruir inductivamente la dinámica de la situación”

---

<sup>19</sup> TORO JARAMILLO, Iván Darío y PARRA RAMÍREZ, Rubén Darío. Método y conocimiento: Metodología de la Investigación. P. 168 Disponible en: <https://books.google.com.co/books?id=4Y-kHGjEjy0C&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false>

Teniendo en cuenta lo anterior, en dicha investigación se realizó una observación detallada del desarrollo de cada una de las sesiones de trabajo con los estudiantes, estas observaciones se registraron en un diario de campo, teniendo en cuenta las interacciones en el aula, de acuerdo a las fases de aprendizaje expuestas en el componente instructivo de la teoría de Van Hiele.

- Ficha de Trabajo, explicada por Tamayo<sup>20</sup> en su trabajo como “el instrumento que nos permite ordenar y clasificar los datos consultados, incluyendo nuestras observaciones y críticas, facilitando así la redacción del escrito”

Esto se puede evidenciar mediante los registros recolectados en la ejecución de la estrategia mediadora, los cuales nos sirvieron de sustento para constatar el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes.

### **3.4.2. VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS**

Todo instrumento de recolección de datos debe cumplir dos requisitos esenciales, que son la validez y la confiabilidad<sup>21</sup>.

Entendiendo por validez “el grado de precisión con que el test utilizado mide realmente lo que está destinado a medir”<sup>22</sup>

La validación de instrumentos debe considerar los siguientes aspectos<sup>23</sup>:

---

<sup>20</sup> TAMAYO y Tamayo, Mario. El proceso de la investigación científica. P 182. Disponible en: <http://es.scribd.com/doc/12235974/Tamayo-y-Tamayo-Mario-El-Proceso-de-la-Investigacion-Cientifica#scribd>

<sup>21</sup> Hernández, Roberto, Fernández, Carlos y Baptista, M del P. Metodología de la Investigación. 5 Edición. México, 2010.

<sup>22</sup> Tejada Fernández, José. Instrumentos de evaluación. Universidad Autónoma de Barcelona. España, 1995.

1. Validez de contenido, se refiere al grado en que un instrumento refleja un dominio específico de contenido de lo que se mide. Esta validez se obtiene mediante las opiniones de expertos y al asegurarse que las dimensiones medidas por el instrumento sean representativas del universo o dominio de las dimensiones de las variables de interés.
2. Validez de criterio, establece la validez de un instrumento de medición al comparar sus resultados con los de algún criterio externo que pretende medir lo mismo. Si el criterio se ajusta al futuro se habla de validez predictiva. Si el criterio se fija en el presente se habla de validez concurrente; es cuando los resultados del instrumento correlacionan con el criterio en el mismo momento o punto de tiempo.
3. Validez de constructo, es la más importante sobre todo desde la perspectiva científica, y se refiere a que tan exitosamente un instrumento representa y mide un concepto teórico.

Por otra parte la confiabilidad de los instrumentos se refiere según López, al grado en que su aplicación repetida al mismo sujeto u objeto, produce iguales resultados.

En definitiva se trata de que el instrumento sirva para medir la variable de estudio, que no existan ambigüedades, pero que también este mismo instrumento pueda ser utilizado en varios sujetos y no se altere, para determinar esto se prueban cada uno de los instrumentos utilizados con un grupo piloto de 5 estudiantes de grado tercero del colegio del Inmaculado Corazón De María, en marco del proyecto PEPE.

---

<sup>23</sup> López, Oscar. Medición, Técnicas e instrumentos de Investigación. 2011. Disponible en: <http://es.slideshare.net/oscarlopezregalado/instrumentos-de-investigacin-9217795>

## **4. RESULTADOS**

### **4.1. ANÁLISIS DE LA INFORMACION**

#### **4.1.1. PRUEBA INICIAL:**

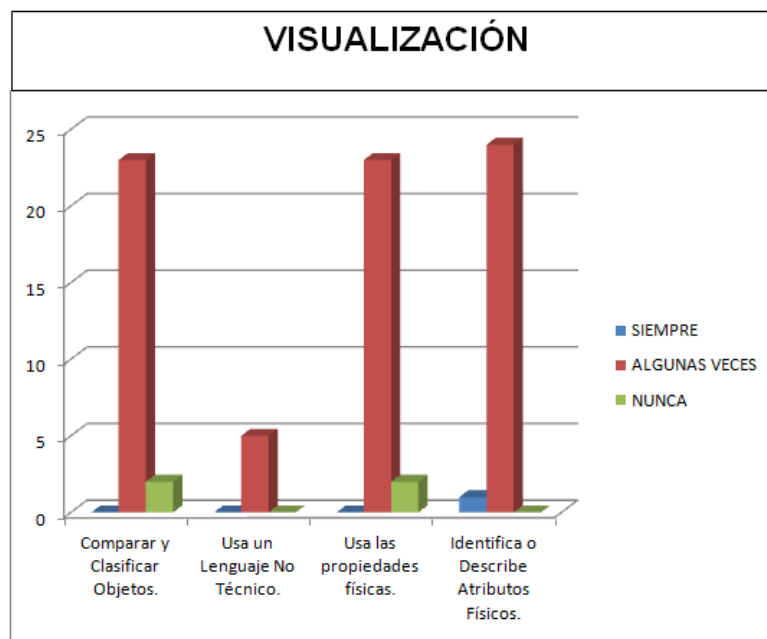
Enfocados en los esposos Van Hiele y teniendo en cuenta su teoría, se diseñó una prueba inicial que se aplicó a 25 estudiantes del grado tercero, basado en los dos primeros niveles los cuales son la “Visualización y el Análisis”, el cual se encuentra formado por preguntas de razonamiento que dieron cuenta de algunos indicadores de los dos niveles mencionados anteriormente, categorizados en una escala de siempre (S), algunas veces (A/ V) y nunca (N).

En la siguiente tabla se pueden observar tres columnas, en la primera se encuentran los indicadores, subdivididos en cuatro para el nivel de Visualización y tres para el nivel de Análisis, en la siguiente columna se encuentra el número de las preguntas de la prueba inicial que dan cuenta de dicho indicador, cabe aclarar que una misma pregunta puede utilizarse para varios indicadores, y por último se encuentra la columna de escala como evaluación de los indicadores, está a su vez se divide en tres columnas explicadas anteriormente. Así se revisó las respuestas dadas por los estudiantes en las preguntas pertenecientes a cada indicador, acumulando las respuestas correctas en el criterio Siempre, las respuestas con algún desacierto en Algunas Veces y las respuestas incorrectas en Nunca. Por ejemplo si en cinco preguntas el estudiante contestaba de manera correcta a las cinco era clasificado en la escala “Siempre”, de una a cuatro preguntas contestadas de manera correcta entraba en la escala “Algunas Veces” y cuando ninguna de las cinco preguntas era correctamente contestada clasificaba en la escala “Nunca”.

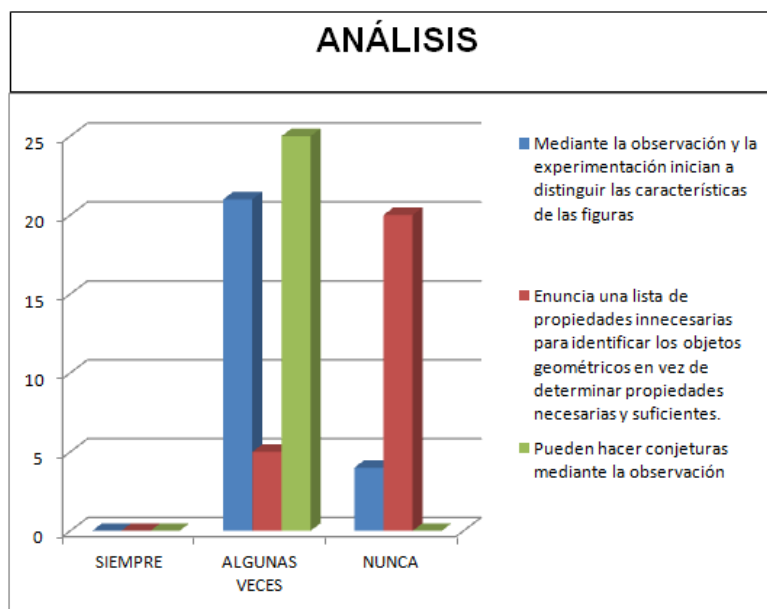


Tabla 2. Análisis de Prueba Inicial

	INDICADOR	PREGUNTAS ASOCIADAS	ESCALA		
			S	A / V	N
	<b>VISUALIZACIÓN</b>				
<b>1</b>	Comparar y Clasificar Objetos.	1, 2, 3, 7, 8	0	23	2
<b>2</b>	Usa un Lenguaje No Técnico.	1, 2, 4	0	5	20
<b>3</b>	Usa las propiedades físicas.	1, 2, 3, 5, 7, 8	0	23	2
<b>4</b>	Identifica o Describe Atributos Físicos.	1, 5, 6	1	24	0
	<b>ANÁLISIS</b>				
<b>1</b>	Mediante la observación y la experimentación inician a distinguir las características de las figuras	5, 6, 9, 10	0	21	4
<b>2</b>	Enuncia una lista de propiedades innecesarias para identificar los objetos geométricos en vez de determinar propiedades necesarias y suficientes.	1,2,4	0	5	20
<b>3</b>	Pueden hacer conjeturas mediante la observación	1,2,6,7,8,9,10	0	25	0



**Ilustración 1. Visualización**



**Ilustración 2. Análisis**

El diseño y aplicación de la prueba inicial se hizo con el fin de tener un referente de los conocimientos previos de los estudiantes. A continuación se describe cada uno de los indicadores pertenecientes a los niveles de razonamiento.

## **NIVEL 1 VISUALIZACIÓN**

### **Indicador 1: Comparar y Clasificar Objetos:**

Para éste indicador se utilizaron seis de las situaciones problema, las cuales corresponden a las preguntas 1, 2, 3, 7 y 8 de la prueba inicial.

Respecto a la solución de estas, se pudo inferir que algunos de los estudiantes demostraron que tienen la capacidad para identificar objetos a partir de su apariencia global, clasificándolos por su forma y por el establecimiento de semejanzas y diferencias entre los mismos, ya que frente a la pregunta número uno evidenciaron sus habilidades para diferenciar las formas de los cuerpos geométricos plasmados allí.

Por otro lado, se puede evidenciar que la gran mayoría de los estudiantes se ubicaron en la casilla de “algunas veces”, puesto que en la pregunta 2 se puede decir que confundieron los cuerpos geométricos y las figuras geométricas, ya que al encontrarse en la pregunta cuerpos y figuras geométricas, no se logró caracterizar cada cual y así llegar a la respuesta correcta; sucedió lo mismo en las preguntas 7 y 8, de las cuales se puede inferir que desconocían las características del cilindro y el triángulo.

Pero también se presentó dos casos en que los estudiantes no realizaron nunca los procesos requeridos en las preguntas que se plantearon para estos niveles. Puede ser por falta de concentración al enfrentarse a preguntas de selección múltiple.

Con lo anterior se puede concluir que en este nivel la mayoría de los estudiantes pueden reconocer las figuras geométricas y los cuerpos geométricos por su mera forma y apariencia física, sin especificar las características propias de cada cual, en algunos casos se evidencia el impacto positivo que tienen las situaciones problema contextualizadas, ya que permite a los estudiantes relacionar lo

plasmado en las hojas al entorno cercano de cada uno y de esta manera se puede fácilmente llegar a un aprendizaje integral.

### **Indicador 2: Usa un Lenguaje no Técnico:**

Para éste indicador se utilizaron cuatro de las situaciones problema, las cuales corresponden a las preguntas 1/A, 2/A, y 4 de la prueba inicial.

Respecto a la solución de estas, se pudo inferir que la mayoría de los estudiantes demuestran que aún no han adquirido o no lo han interiorizado en su lenguaje el lenguaje matemático, esto nos lo deja ver, ya que en estas preguntas se les pide justificar la elección de su respuesta y la gran mayoría dan respuestas tales como: “Porque llo creo que es la correcta”, “Por que con la a se hece lineas, por que la B se hece baldosas”. Esto permite reconocer que hay poco conocimiento sobre la caracterización de las figuras y cuerpos geométricos, al no evidenciar en los argumentos dados por los estudiantes, las características de las figuras y cuerpos geométricos ni la diferencia entre ellos.

Por otro lado se evidencia en varios casos que los estudiantes, algunas veces usaron un lenguaje matemático para justificar sus respuestas “Porque son cuadradas las dos”, esto se debe principalmente a dos posibles causas, la primera seria que han llegado a construir y a interiorizar el lenguaje matemático al igual que conocen las características de las figuras y cuerpos geométricos y con esto pueden encontrar semejanzas y diferencias, o la segunda posible causa se debe a que al momento de realizar dicha prueba se concentraron y se concientizaron de la importancia de lo que estaban realizando.

### **Indicador 3: Usa las Propiedades Físicas:**

Para éste indicador se utilizaron seis de las situaciones problema, las cuales corresponden a las preguntas 1, 2, 3, 5, 7 y 8 de la prueba inicial.

Respecto a las respuestas obtenidas por los estudiantes en dichas situaciones problema, se puede evidenciar que la gran mayoría de los estudiantes demostró que algunas veces tienen en cuenta el aspecto físico de los cuerpos geométricos para poder caracterizarlos (clasificarlos o compararlos entre ellos basándose en sus propiedades físicas), esto lo arroja la pregunta 1, donde los estudiantes deben comparar las figuras para poder decir cuáles pueden ser utilizadas para construir una casa, para ello se basan de lo que perciben y ven en su contexto “POR QUE LA B ES LAS PAREDES Y LA A ES EL TECHO” teniendo en cuenta que la “B” es el cubo a lo que el estudiante relaciona con las paredes y la “A” la pirámide la cual relaciona el estudiante como el techo. Pero también se evidenció en la pregunta 5, que existió confusión entre figuras y cuerpos geométricos, al colocar el nombre de la figura geométrica cuando en la imagen estaba el cuerpo geométrico. “Circular, cuadrado, triángulo” o “Obalo, cuadrado, pirámide”.

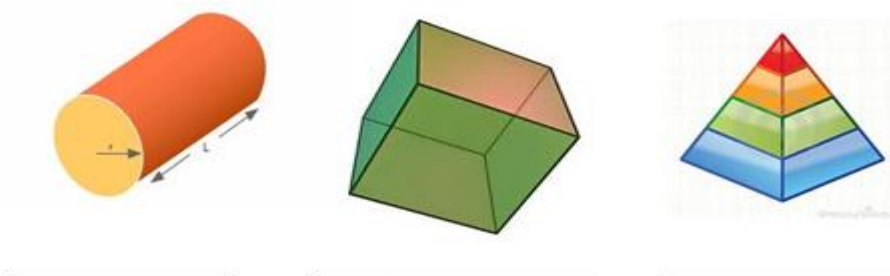


Imagen 1

Por otra parte se presentaron dos casos en los que los estudiantes nunca realizaron los procesos requeridos en dichas preguntas, esto indica que en este nivel pocos estudiantes no usan aún las propiedades físicas de los cuerpos geométricos (caracterización de los cuerpos geométricos), para poder identificar características que se evidencian a simple vista.

#### **Indicador 4: Identifica o Describe Atributos Físicos:**

Para éste indicador se utilizaron tres de las situaciones problema, las cuales corresponden a las preguntas 1, 5, y 6 de la prueba inicial.

En cuanto a las respuestas obtenidas por los estudiantes, se evidenció que solo uno de los estudiantes posee la suficiente habilidad para observar de manera global las características físicas que poseen los objetos, ya que contesto de manera correcta las tres preguntas asignadas para la evaluación de este indicador.

Por lo tanto, cabe decir que la gran mayoría de los estudiantes se situaron en la casilla “algunas veces”, en cuanto a esto podría decirse que no se demuestra totalmente la capacidad de identificar los atributos físicos de los objetos, como se evidenció en la pregunta 5, ya que en la mayoría de los casos se confundió cuerpo y figura geométrica.

### **NIVEL 2 ANÁLISIS**

#### **Indicador 1: Mediante la Observación y la Experimentación Inician a Distinguir las Características de las Figuras:**

Para este se utilizó las preguntas 5, 6, 9 y 10, de la prueba inicial.

De acuerdo a las respuestas impartidas por los estudiantes, se pudo deducir que la mayoría de los estudiantes “Algunas Veces” evidenciaron que poseen la capacidad para identificar y describir las características de las figuras y cuerpos geométricos mediante la observación, experimentación y manipulación de los mismos. Se puede deducir que esto se dio debido a la poca capacidad para observar, relacionar y experimentar con los objetos, ya que la pregunta 10, ninguno de los estudiantes la respondió de manera correcta, y en la pregunta 9 solo un estudiante respondió asertivamente, esto puede darse por la falta de

aplicación de los conceptos aprendidos en el aula de clase, como no se tiene en cuenta el contexto, no se tiene presente una relación entre lo aprendido y su utilidad.

Respecto al referente “nunca” solo se evidenció cuatro casos en que los estudiantes no cumplieron en ninguna de las situaciones problema con el indicador. Con esto nos da a entender que se hace necesario implementar una estrategia contextualizada por medio de la observación y la experimentación para lograr con los estudiantes la caracterización de figuras y cuerpos geométricos.

**Indicador 2: Enuncia una lista de propiedades innecesarias para identificar los objetos geométricos en vez de determinar propiedades necesarias y suficientes:**

Para este indicador se utilizó las preguntas 1, 2 y 4 de la prueba inicial.

Se puede evidenciar que la mayoría de los estudiantes demostraron que en todas las ocasiones enuncian una lista de características innecesarias frente a un cuerpo geométrico, en vez de enunciar las principales características que lo diferencien de los demás, es decir no se evidencia caracterización alguna de cuerpos ni de figuras geométricas “por que tiene un techo que es utriangulo iun cuadrado asi sease la casa”.

Por otro lado, una parte de los estudiantes demostraron que “Algunas Veces” realizan enunciados de los cuerpos geométricos sobre propiedades necesarias y suficientes.

Esto da a entender que en este nivel los estudiantes aún no han logrado identificar cuáles son esas propiedades necesarias para identificar los objetos geométricos, sino que enuncian una lista de propiedades innecesarias.

**Indicador 3: Pueden hacer conjeturas mediante la observación:**

Para este indicador se utilizó las preguntas 1, 2, 6, 7,8, 9 y 10 de la prueba inicial. En donde todos los estudiantes se encuentran en el ítem “Algunas Veces”.

Teniendo en cuenta las respuestas obtenidas por parte de los estudiantes, se puede llegar a inferir que los errores en sus respuestas se pueden dar gracias a la falta de comprensión de las propiedades y características de los cuerpos y figuras geométricas, dejando como conclusión que no tienen la habilidad para realizar conjeturas.

#### **4.1.2. ESTRATEGIA MEDIADORA:**

Se basa igualmente en la teoría de los esposos Van Hiele, se diseñó y después se implementa una estrategia mediadora la cual está centrada en los dos primeros niveles de razonamiento y basada en las cinco fases de enseñanza las cuales debe tener en cuenta el maestro para ayudar a sus estudiantes a alcanzar con más facilidad un nivel superior de razonamiento, que es en últimas a lo que se pretende llegar.

Esta estrategia mediadora fue aplicada al grado tercero de la escuela América (Sede de la I.E. Gimnasio Risaralda), en la cual se encuentran los niveles de primaria (Transición- quinto) del colegio Gimnasio Risaralda, La estrategia didáctica tuvo como objetivo determinar el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico y fue aplicada durante tres sesiones, separadas así: primera sesión, el círculo; segunda sesión, el triángulo; y tercera sesión, cuadrado y rectángulo, estas tienen dos soportes escritos que son el diario de campo realizado por las docentes en formación y las fichas realizadas por los estudiantes.

A continuación se presentan los resultados arrojados una vez que se implementa la estrategia:

**FASE 1: INFORMACIÓN:** En esta fase se puede evidenciar que la profesora informa a los estudiantes sobre lo que van a realizar en cada una de las clases,



utilizando frases como: “Hoy vamos a trabajar el círculo y la circunferencia, ¿listo?”, “vamos a trabajar el cuadrado y las características del cuadrado”, además que en dos oportunidades se presenta una situación problema “hoy vamos a ver el triángulo, pero imagínense que Camila una niña que yo conozco... (Comienza a contarles la situación problema)”, permitiendo así que los estudiantes conocieran de la existencia de un problema el cual al final se le iba a dar solución, logrando con esto la motivación necesaria para la construcción del conocimiento, cabe resaltar que esta situación problema era la guía del trabajo a realizar con los estudiantes.

En esta fase también se toma el tiempo necesario para indagar sobre sus conocimientos previos, que son la base de todo el trabajo ya que así se pudo conocer si tienen claridad sobre el tema y de allí plantear actividades que sean pertinentes para ellos, en cuanto a lo que saben y al nivel de razonamiento, así pues se les pedía que dieran respuestas a preguntas tales como: “¿Cómo es?”, “miremos afuera ¿dónde podemos encontrar triángulos?”, “¿si están viendo las figuras que tengo?... qué figura de estas que estoy mostrando es un rectángulo”, “¿Qué objeto que hay a su alrededor se parece esta figura?”, además de responder a nuestras preguntas casi siempre se les daban objetos concretos para que manipularan y de allí también conocer preconceptos.



Imagen 2

Además de todo lo anterior, al inicio de la clase se les daba a conocer el material que se iba a utilizar durante toda la jornada, también se les contaba todo lo que se

iba a realizar, evidenciándolo así: “les voy a entregar unas hojas y vamos hacer sacapiojos”.

**FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA:** En esta fase, la profesora plantea una serie de actividades las cuales le permiten a los estudiantes darse cuenta de lo que se va a realizar en toda la sesión.

La profesora da instrucciones precisas y hace énfasis en si comprendieron la actividad, se puede evidenciar en la siguiente frase: “Ahora me colocaré éste cinturón (mostrando un cinturón con varias cintas amarradas a él), y harán una mesa redonda alrededor mío, después cada uno de ustedes cogerá una cinta, lo que vamos hacer es mirar que todas las cintas salen de un mismo punto y llegan a otro y vamos a tratar de formar una circunferencia” con base en lo anterior se puede decir que la profesora propuso actividades en donde gracias al material concreto se podían resolver problemas, incentivaba a los estudiantes a realizar la actividad y a conocer sobre las características del círculo, provocando la exploración del conocimiento por medio de los materiales concretos con los que se contaba.

Es de resaltar que en todas las jornadas realizadas la profesora siempre estuvo atenta a dificultades que se pudiesen presentar, resolviéndolas por medio de preguntas que aclararan las confusiones, tales como: “¿Con estos tres puntos puedes formar otro triángulo?”, “¿Cuántos triángulos hay dentro de este triángulo grande?”, “recuerda que solo debes pintar los cuadrados que son los que tienen ¿cuántos lados?... ¿cuántos vértices?... y ¿cuántos ángulos?...” logrando así que el estudiante se enfocará en el objetivo propuesto para la clase, dándose cuenta de los elementos básicos que va aprender, además de centrar la atención de los estudiantes desconcentrados.

**FASE 3: EXPLICITACIÓN:** Con respecto esta fase se pudo evidenciar en varias ocasiones en cada sesión de clase, al momento de socializar respuestas y procedimientos, dando la posibilidad de intercambiar formas de actuar frente a

problemas de las estructuras que acababan de observar, como por ejemplo cuando dice: “Bueno ya que todos terminaron quien quiere venir acá (mostrando el pliego de papel Bond con varios puntos) a dibujar lo que hizo en la copia” llevando a que estos compartan sus conocimientos con los demás compañeros.

Además se realizaron actividades que llevaban a los estudiantes a profundizar sobre los conocimientos adquiridos hasta ahora sobre la caracterización de las figuras geométricas con preguntas tales como: “¿Qué dibujaste?, ¿Por qué eso es un triángulo?”, “¿Cuántos ángulos tiene un cuadrado?” de manera que evidenciaran estos conocimientos utilizando el lenguaje aprendido sobre el tema.

De igual manera se coloca en el tablero un mapa conceptual donde están explicadas cada una de las partes del triángulo, la profesora explica estas con los dibujos de los triángulos hechos por los estudiantes anteriormente y después les pregunta: “¿Cuántos lados tiene un triángulo?, y ¿Qué es un lado?”, algo similar ocurrió cuando se estaba trabajando en las actividades del círculo, donde en el tablero estaba pegado un círculo con un punto en la mitad y varias líneas que iban de ese punto hasta la circunferencia que era la línea curva, la profesora les preguntó primero a manera de socialización: “¿esto se parece a lo que hicimos con el cinturón y las cintas?, ¿esto se parece a la pizza que cada uno hizo?” después la profesora hace preguntas sobre las características del círculo: “¿la circunferencia es una línea recta o curva?, y ¿Qué es el círculo entonces?, si el círculo está formado por centro y circunferencia ¿Dónde quedará el centro en este dibujo?”, al finalizar siempre la profesora preguntaba: “Quedo todo claro o alguien tiene alguna duda”. Gracias a lo anterior se puede llegar a la conclusión que la profesora proporcionó diferentes actividades para que los estudiantes adquirieran un lenguaje matemático característico del nivel de razonamiento respectivo sobre las características de las figuras geométricas.

**FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE:** Se puede evidenciar, en el momento de implementar las fichas de cada sesión, planteándoles actividades más

complicadas que llevan a los estudiantes a aplicar y relacionar los conocimientos que han adquirido en las anteriores fases, no solo en cuanto a los procedimientos sino también de los conocimientos y conceptos matemáticos, se puede evidenciar en las siguientes oraciones: “ahora les voy a entregar a cada uno esta ficha en donde deben primero colocar el nombre, después leer bien los dos ejercicios y los resuelven según lo que hemos trabajado”, “me miran todos por favor, les voy a entregar a cada uno una ficha de estas (mostrándola), tiene tres preguntas, las resuelven por favor”, llevando con esto a que los estudiantes utilicen el conocimiento aprendido durante la sesión, aquí la intervención de la profesora fue mínima ya que se les otorgó a los estudiantes el tiempo y espacio necesario de trabajo para que encontraran por si solos el camino adecuado a través de los conocimientos adquiridos.

También se tuvo en cuenta la parte de la explicación de procedimientos, el armar un plan para resolver las actividades y las respuestas obtenidas: “¿Por qué son círculos?, ¿todos están de acuerdo con esto?, este sería el vértice ¿Por qué?”

Pero cabe resaltar que aunque se implementó esta fase con toda la rigurosidad e importancia de todas las anteriores, los resultados no fueron los esperados, ya que la gran mayoría de los estudiantes tuvieron errores en la resolución de las actividades, puede ser porque la formulación de la pregunta no estuvo clara, no se dieron las explicaciones suficientes para realizar la ficha, las fases 2 y 3 de orientación dirigida y explicitación no tuvieron la trascendencia que se esperaba o también la falta de motivación y atención al leer y responder las actividades.

**FASE 5: INTEGRACIÓN:** Se puede observar en dos momentos, el primero sería al realizar la profesora con ayuda de los alumnos la síntesis de todo lo trabajado en la jornada: “el día de hoy ¿qué fue lo que aprendimos? Y además de todo eso ¿Qué más hicimos?” y al darle solución a la situación problema planteada al principio en la fase de información; y el segundo momento fue al repartirles la autoevaluación a cada estudiante, donde frente a la pregunta “¿Qué aprendí?”,

tuvimos respuestas tales como: “Las partes de los triángulos i muchas cosas más”, “la circunferencia el centro y el circulo”, entre otras, donde se evidencia parcialmente la caracterización de figuras geométricas por parte de los estudiantes.

#### **4.2. INTERPRETACIÓN**

A continuación teniendo en cuenta los análisis realizados a la prueba inicial y a la estrategia mediadora se confrontará toda esta información con la teoría, recordando que nuestro proyecto de grado se basa en la teoría de los esposos Van Hiele quienes proponen cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que muestran un modo de estructurar el aprendizaje de la geometría, este modelo expone lo mismo para los niveles de razonamiento, deben ser secuenciales, no es posible alterar el orden, no se puede pedir a un estudiante que clasifique si antes no ha reconocido los elementos con los cuales va a trabajar, o que deduzca sin analizar, aclarando que solo nos centraremos en los dos primeros niveles de Visualización y Análisis.

Con respecto al análisis de la **PRUEBA INICIAL**, se pudo evidenciar en las respuestas a las situaciones problema que los estudiantes se ubican en los dos niveles al mismo tiempo, puesto que en el nivel 1 de visualización la mayoría de las respuestas se ubicaron en el criterio “algunas veces” al igual que las respuestas del nivel 2 de análisis.

Con lo anterior se puede decir que el estudiante puede profundizar en un tema determinado y alcanzar el nivel 3 de razonamiento, pero no quiere decir con esto que en los demás temas alcance el mismo nivel, pero cabe decir que es totalmente indispensable el recorrido por cada uno de estos niveles<sup>24</sup>. Queriendo decir que es posible que el alumno llegue a un nivel de razonamiento en un

---

<sup>24</sup> GARCÍA ROA, María Agustina. Didáctica de la Geometría Euclidiana: Conceptos Básicos para el Desarrollo del Pensamiento Espacial. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 2006. Pag 26.

determinado contenido geométrico, pero no puede pasar lo mismo con el desempeño que tenga frente a uno nuevo para él, pero de igual manera siempre van a recurrir a las diferentes formas de razonamiento de los niveles anteriores, siempre tendrá en cuenta sus esquemas anteriores, sus experiencias previas para el desarrollo de nuevos esquemas y así alcanzar niveles de razonamiento superiores.

Por esto cabe resaltar que el maestro tiene entonces una doble labor, la primera consiste en ayudar al estudiante a concientizarse del uso de sus razonamientos para el siguiente nivel y la segunda labor es la de fijarse en el nivel de razonamiento en el que se encuentran sus estudiantes, con el propósito de orientar en forma adecuada y establecer ciertas condiciones de exigencia, por lo anterior, se llevo a cabo la aplicación de la prueba inicial, el cual nos daba un visión clara sobre el nivel de razonamiento en el que se encontraban los estudiantes, para de allí partir y orientar el proceso.

Siguiendo con la interpretación de cada uno de los niveles, se pudo evidenciar que el nivel de visualización presentó aparentemente un mejor nivel de razonamiento, pues en el criterio “siempre” se registró una respuesta, algo que no sucedió en el nivel de análisis, esto no quiere decir que los estudiantes presentaron posibles carencias en este último nivel, sino que como nos indica los esposos Van Hiele, cada nivel implica una comprensión y un uso de conceptos geométricos de distinta manera<sup>25</sup>, se pudo inferir que esta variación no es porque los estudiantes presentaron más razonamiento en el nivel de visualización, sino que las experiencias y situaciones fueron percibidas de manera diferente y por lo tanto hicieron una mejor interpretación en éste nivel, debemos también tener en cuenta que esto depende de la manera en que fue evaluada la prueba inicial.

---

<sup>25</sup> Vargas, GILBERTO; Gamboa, RONNY. El Modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Costa Rica. En: [www.revistas.una.ac.cr/uniciencia](http://www.revistas.una.ac.cr/uniciencia). 2013. Vol. 27, No. 1, p. 86.

En el nivel de visualización, se puede interpretar que los estudiantes desarrollaron lo que se debe realizar en este nivel, como lo dicen los esposos Van Hiele en su teoría, que los estudiantes perciben los objetos en su totalidad y como unidades no formadas por partes, describiendo objetos por el aspecto físico, pudiendo atribuir características poco relevantes en las descripciones que hacen, estableciendo semejanzas basándolas en objetos no geométricos y finalmente no reconocen explícitamente los componentes y propiedades de los objetos matemáticos<sup>26</sup>, evidenciándolo en las siguientes respuestas: “por que con eso puedo construir una casa”, “Por que con la a se hece lineas, por que la B se hece baldosas” sin embargo se podría afirmar que ya han pasado por el nivel de visualización y por lo tanto han superado muchos indicadores que se establecen allí.

Cabe mencionar que en las preguntas donde se tuvo mayor margen de error fue en el indicador de “uso de lenguaje no técnico”, ya que al momento en que los estudiantes respondieron preguntas de la prueba inicial, evidenciaron que aún no han adquirido el lenguaje matemático propio, ya que al momento de pedir la justificación de sus respuestas, lo hacían con un vocabulario cotidiano, sin tener en cuenta el vocabulario correspondiente al área “Por que aci puedo formar cualquier cosa”, “se formaria como una estatua”.

De acuerdo a lo que se evidencia en el nivel de análisis en la prueba inicial, los esposos Van Hiele, afirman que los estudiantes estarán en capacidad de realizar conjeturas mediante observaciones efectuadas durante trabajos prácticos<sup>27</sup>, es decir, utilizando cada uno de sus sentidos y de los esquemas con los que cuenta, para así identificar cómo está conformado, se pudo observar que el indicador donde la totalidad de los estudiantes se encontraron en el criterio “algunas veces”

---

<sup>26</sup> Vargas, GILBERTO; Gamboa, RONNY. El Modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Costa Rica. En: [www.revistas.una.ac.cr/uniciencia](http://www.revistas.una.ac.cr/uniciencia). 2013. Vol. 27, No. 1, p. 82.

<sup>27</sup> Fouz, FERNANDO. Modelo De Van Hiele Para La Didáctica De La Geometría. Donostia. En: [http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

fue el de “Pueden hacer conjeturas mediante la observación” indicando con estos hallazgos que los estudiantes en algunas de las situaciones problema, dependiendo de los esquemas con los que contaban, utilizaron la observación y sus experiencias, para dar respuestas correctas. Por ejemplo a la pregunta numero 9 de la prueba inicial “Pepe buscó muchas monedas para comprar todos los cuerpos para la construcción de su ciudad y se pregunto: ¿Cuál es la forma de las monedas?” el estudiante respondió:

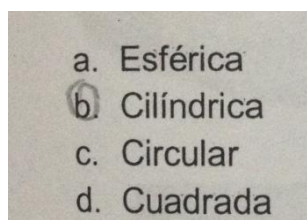


Imagen 3

Por su parte el indicador donde más incidencia del criterio “nunca” existió fue el de "Enuncia una lista de propiedades innecesarias para identificar los objetos geométricos en vez de determinar propiedades necesarias y suficientes." es decir, que el estudiante se centra en atributos físicos como el tamaño, ya que al momento de pedirle que justifique su respuesta, incluye atributos poco relevantes como: “Porque pepe dice que la necesita grande y esa es la correcta”, demostrando con esto que describen los objetos de manera informal<sup>28</sup>, planteado por los esposos Van Hiele por esto podemos afirmar que los estudiantes pueden no reconocen las características de las figuras y cuerpos geométricos y tampoco sus propiedades.

Terminando de esta manera con la interpretación desde una contrastación en cuanto a lo que se aplicó y la teoría de la prueba inicial, el cual como anteriormente se dijo y se cito, se hizo con el fin de indagar en qué nivel de razonamiento se encontraban los estudiantes de tercero de la Escuela América, pues como lo indica los Lineamientos Curriculares de Matemáticas citando las

---

<sup>28</sup> GARCÍA ROA, María Agustina. Didáctica de la Geometría Euclidiana: Conceptos Básicos para el Desarrollo del Pensamiento Espacial. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 2006.



investigaciones de Van Hiele “El paso de un nivel a otro no es automático y es independiente de la edad”<sup>29</sup> queriendo decir con esto que no porque tengan determinada edad ya pasaron por uno o varios de los niveles de razonamiento, pues hoy en día todavía vemos como adultos se encuentran en el nivel uno por la falta de experiencias para poder pasar de un nivel a otro<sup>30</sup>, o para no ir tan lejos podemos observar como estudiantes teniendo la misma edad y estando en el mismo grado escolar, no determina que tengan el mismo nivel de razonamiento, evidenciado en nuestra investigación al comparar respuestas de los estudiantes en los diferentes indicadores, por ejemplo en la pregunta: “Observa la siguiente imagen; PEPE no sabe con qué objetos fue construida”

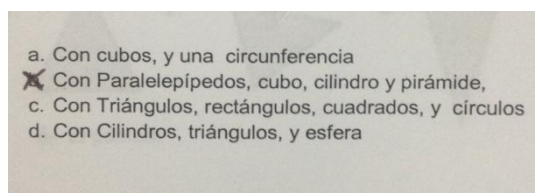
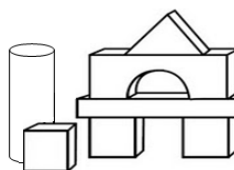


Imagen 4

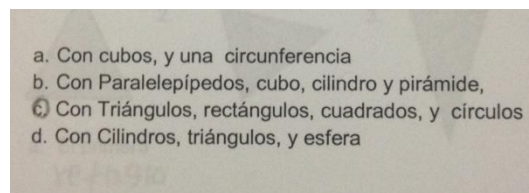


Imagen 5

Por eso este paso depende más de la enseñanza recibida que de la edad, haciendo relevancia a las experiencias que se brindan a los estudiantes en el proceso de enseñanza.

Siguiendo con la interpretación de la **ESTRATEGIA MEDIADORA**, teniendo como base claro está, el modelo de Van Hiele, como se ha venido trabajando, ahora en cuanto a las fases de enseñanza planteadas por Pierre Van Hiele (1957-1984) quien propuso cinco fases de enseñanza que pueden guiar al profesor en el diseño y aplicación de experiencias de aprendizajes apropiadas para que el

<sup>29</sup> Ministerio de Educación Nacional – MEN. Lineamientos curriculares. Matemáticas. Bogotá, 1998, p. 59

<sup>30</sup> Ministerio de Educación Nacional – MEN. Lineamientos curriculares. Matemáticas. Bogotá, 1998, p. 59

estudiante alcance niveles de razonamiento mayores. Estas cinco fases son<sup>31</sup>: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración. Esto permitió sustentar de manera teórica lo sucedido en cada una de las sesiones y realizar un contraste frente a los hallazgos encontrados a partir de ello, dejando una postura clara y concisa frente a lo analizado y recolectado durante la investigación.

### **FASE 1: INFORMACIÓN:**

Como lo indican las investigaciones realizadas por los esposos Van Hiele en esta fase se trata fundamentalmente de determinar o acercarse lo más posible, a la situación real de los alumnos. "Se trata de una fase de toma de contacto. El profesor debe informar a los estudiantes sobre el campo de estudio, en el que van a trabajar, que tipos de problemas se van a plantear, que materiales se van a utilizar, etc.... Esta es también una fase de información para que el profesor, averigüe los conocimientos previos de los estudiantes sobre el tema que se va a abordar."<sup>32</sup>

En la estrategia mediadora, permitió evidenciar que en el momento de ejecutar cada una de las sesiones, la profesora enfatiza mucho en esta primera fase, en el momento que menciona:

*Profesora: "Hoy vamos a trabajar el círculo y la circunferencia, ¿listo?"*

*Profesora: "vamos a trabajar el cuadrado y las características del cuadrado"*

---

<sup>31</sup> CROWLEY, M. The van Hiele model of development of Geometric thought, N.T.C.M.: Learning and teaching geometry, K12, N.T.C.M., Reston, 1987. Disponible en: <http://www.csmate.colostate.edu/docs/math/mathactivities/june2007/The%20van%20Hiele%20Model%20of%20the%20Development%20of%20Geometric%20Thought.pdf>

<sup>32</sup> Rizzolo, P. I. (s.f.). Diseño de Actividades Geométricas Interactivas en el Marco Conceptual del Modelo de Van Hiele. En: [http://www.coopvvgg.com.ar/sergiorizzolo/trabajo/trabajo\\_final.htm#Fases](http://www.coopvvgg.com.ar/sergiorizzolo/trabajo/trabajo_final.htm#Fases)

También se evidencia al momento de contarles las situaciones problema que encaminaban el proceso de aprendizaje, así:

*Profesora: Joselito es el hijo del mejor chef de la ciudad, hace comidas deliciosas pero lo que le queda más rico son las pizzas, el mismo amasa la masa, le echa todos los ingredientes posibles de muchas formas y sabores y la mete en el horno para que se cocine, Joselito que es muy pequeño y por lo mismo muy curioso, cuando come la pizza ve muchas cosas encima de ella y quiere saber que son todas esas formas que tiene la pizza, nosotros que ya conocemos más le podemos responder sobre todas las formas que tiene la pizza, vamos a ayudarle.*

*Profesora: Camila es una niña de 6 años a la que le gustan mucho las formas así que quiso construir varias cosas con formas que había visto por su casa, hizo flores, estrellas, algunas gafas y demás objetos, pero cuando Santiago su primo le pregunto qué figuras había utilizado no supo decirle, olvido su nombre y sus características, no sabía si tenía lados o circunferencia, así que nos quiere pedir el favor que le ayudemos a recordar para ella poderle decir a su primo Santiago. ¡Ayudémosle!*

Dando con esto un hilo conductor a todo el proceso, sin dejar espacio a improvisaciones y ambigüedades que puedan interrumpir los propósitos de las actividades.

Además para indagar los conocimientos previos de los estudiantes, la profesora lo realizó por medio de preguntas frente al tema como por ejemplo:

*Profesora: “¿quien de ustedes conocen las figuras geométricas?... ¿cuales conocen?”*

*Profesora: “miremos afuera ¿dónde podemos encontrar triángulos?”*

*Profesora: “¿Qué objeto que hay a su alrededor se parece esta figura?”*

*Profesora: “¿qué forma tienen las Pizzas?”*

Permitiendo con esto inferir gracias a las respuestas de los estudiantes el nivel de razonamiento en que se encuentran al iniciar cada sesión, esta fase es netamente oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida, los conocimientos previos de los estudiantes y el camino a seguir de las actividades propuestas, ya que se puede observar en el lenguaje que utilizan, los conceptos que manejan, los esquemas que tienen y que traen a colación para aprender los nuevos<sup>33</sup>. Así evidenciamos respuestas a las preguntas anteriores tales como:

*Estudiante: (Varios dicen “yo”)... Triángulo, círculo, cuadrado*

*Estudiante: en los techos, las montañas*

*Estudiante: el televisor, las ventanas, la reja, esas casas, la portería.*

*Estudiante: ¡redonda!*

Para indagar conocimientos previos sobre las figuras geométricas a estudiar, la profesora en formación proporcionó espacios donde realizó preguntas específicas tales como:

*Profesora: “¿qué saben del círculo?, pero como no decían nada ella cambió la pregunta por: ¿Cómo es?”*

*Estudiantes: “es redondo, no tiene esquinas”*

*Profesora: “qué figura de estas que estoy mostrando es un rectángulo”*

*Estudiantes: “la figura roja” (la cual era un rectángulo)*

---

<sup>33</sup> Fouz, FERNANDO. Modelo de van hiele para la didáctica de la geometría. Donostia. En: [http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

*Profesora: “porque saben que esta figura es un rectángulo y no las otras”*

*Estudiante: “porque es más alargada”*

Dando con esto indicios de que no existe una caracterización de las figuras geométricas como tal, ya que en ningún momento enuncian sus propiedades, sus características, lo que las hacen diferentes unas de otras, tienen nociones de “como son” la figuras geométricas por las que se les cuestionan al describirlas físicamente “es redondo, no tiene esquinas”, mas no manejan sus características esenciales como son para el círculo, por ejemplo, que está formado por un punto que es el “centro”, por la “circunferencia” que es una línea curva formada por puntos y el “círculo” que es el espacio que existe dentro de la circunferencia<sup>34</sup>, básicamente.

Por último se puede evidenciar como la profesora le presenta el material con el cual se va a trabajar con el fin de que se familiarizarse con la estructura de éste:

*Profesora: “les voy a entregar unas hojas y vamos hacer sacapiojos”*

*Profesora: “le voy a entregar esta hoja que tiene dibujado un... Cuadrado”*

*Profesora: “pasaré entregándoles un pedazo de plastilina y me formarán una pizza”*

*Profesora: “¿si están viendo las figuras que tengo?”*

Lo anterior señala que los estudiantes iniciaron el proceso de aprendizaje de manera adecuada, como lo señala la teoría de los esposos Van Hiele, se evidenció que se les dio a los estudiantes un espacio de la clase que permitía que se enteraran de la dirección que tomaría la sesión de trabajo, además de que se les dio el momento propicio para que expresaran lo que sabían acerca del tema a

---

<sup>34</sup> Arce, MATÍAS; Blázquez, SONSOLES. Circunferencia y círculo. En: [http://roble.pntic.mec.es/sblm0001/archivos/tema5\\_geometria.pdf](http://roble.pntic.mec.es/sblm0001/archivos/tema5_geometria.pdf)

trabajar, llevando a los estudiantes a que se reconozca que existe un problema a resolver y conocimientos por aprender<sup>35</sup>.

## **FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA:**

Esta fase se basa fundamentalmente en proponer una serie de actividades para el aprendizaje y construcción de los conceptos básicos del objeto de estudio. “Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del profesor/a más se va a necesitar. De su experiencia señala que el rendimiento de los alumnos/as (resultados óptimos frente a tiempo empleado) no es bueno si no existen una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los alumnos/as descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc. las ideas, conceptos, propiedades, relaciones, etc. que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.”<sup>36</sup>, por lo anterior se considera que fue a la fase que más atención y cuidado se le puso, ya que de esta fase dependían los resultados obtenidos.

En la estrategia, esta fase salió a relucir en el momento que la profesora les dice a los estudiantes lo siguiente:

*Profesora: “Ahora me colocaré éste cinturón (mostrando un cinturón con varias cintas amarradas a él), y harán una mesa redonda alrededor mío, después cada uno de ustedes cogerá una cinta, lo que vamos hacer es mirar que todas las cintas salen de un mismo punto y llegan a otro y vamos a tratar de formar una circunferencia”*

*Profesora: “les voy a entregar unas hojas y vamos hacer sacapiojos, ¿ustedes conocen los sacapiojos?”*

---

<sup>35</sup> Vargas, GILBERTO; Gamboa, RONNY. El Modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Costa Rica. En: [www.revistas.una.ac.cr/uniciencia](http://www.revistas.una.ac.cr/uniciencia). 2013. Vol. 27, No. 1, p. 74-94.

<sup>36</sup> Fouz, FERNANDO. Modelo de van hiele para la didáctica de la geometría. Donostia. En: [http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

*Estudiante: “sí”*

Entrega las hojas a cada estudiante y empieza a explicar cómo van hacer el sacapiojos paso a paso, apenas terminan les pide que lo desarmen, al desarmarlo se evidencian en la hoja varios dobleces que forman triángulos, les dice:

*Profesora: “ahora ¿que figura geométrica nos muestran todos esos dobleces?”*

*Estudiante: “triángulos”*

*Profesora: “ven todos esos puntos (Les muestra una ficha llena de puntos)”*

*Estudiante: “sí”*

*Profesora: “ahora lo que ustedes van hacer es formar los triángulos que mas puedan usando los puntos, ¿claro?”*

*Estudiante: “sí”*

De esta manera iban surgiendo e identificando los conocimientos o palabras claves necesarias para cada sesión de clase.

En el momento en que los estudiantes tuvieron alguna confusión o dificultad con respecto al tema que se estaba trabajando en la sesión de clase, la profesora se preocupaba por aclarar dicha confusión y volver a enfocar a los estudiantes en el objetivo propuesto para la sesión:

*Profesora: “¿Con estos tres puntos puedes formar otro triángulo?”*

*Estudiante: “aaaaa si profe”*

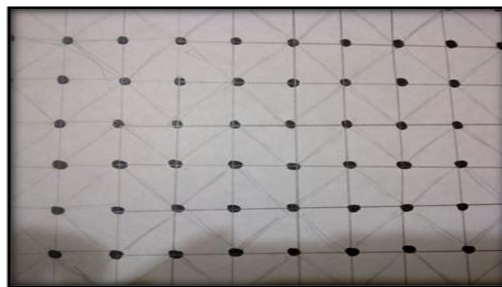


Imagen 6

*Profesora: “¿Cuántos triángulos hay dentro de este triángulo grande?”*

*Estudiante: “uno... dos, dos profe?”*

*Profesora: “y este de acá ¿qué sería entonces?”*

*Estudiante: “mmm si profe otro triangulo... son tres entonces”*

*Profesora: “recuerda que solo debes pintar los cuadrados, ¿que son los que tienen cuantos lados?”*

*Estudiante: “Cuatro”*

*Profesora: “¿cuantos vértices?”*

*Estudiante: “Cuatro”*

*Profesora: “y ¿cuantos ángulos?”*

*Estudiante: “Cuatro”*

Lo anterior lleva nuevamente a la teoría del modelo propuesto por los esposos Van Hiele, donde indican que el profesor debe guiar a los estudiantes mediante actividades y problemas, en donde descubran y aprendan diversas soluciones a las situaciones planteadas, estableciendo de esta forma la red de conocimientos



que deben alcanzar de manera progresiva. Ya que se daban oportunidades de soluciones diversas<sup>37</sup>.

Después de brindarles a los estudiantes actividades donde podían explorar, descubrir y comprender los conocimientos o palabras claves necesarias para cada sesión de clase, se pasa a formalizar este aprendizaje, teniendo en cuenta lo realizado por ellos en las actividades propuestas (a manera de socialización) y la teoría, construyendo entre todos los conceptos básicos de las características de las figuras geométricas, ya que como lo dice la teoría de Van Hiele “el objetivo de esta fase es conseguir que los estudiantes descubran, comprendan y aprendan cuales son los conceptos, propiedades, figuras, cuerpos principales en el área de la geometría”<sup>38</sup>. Lo anterior lo podemos evidenciar en varios momentos:

*Profesora: “Bueno ya que todos terminaron quien quiere venir acá (mostrando el pliego de papel Bond con varios puntos, igual a la ficha entregada, pegado en el tablero) a dibujar lo que hizo en la copia”*

*Estudiantes: “yo, yo, yo”*

Salen de a tres estudiantes y dibujan un solo triángulo de todos los que realizaron en su ficha, cuando acaban de pasar los que querían, la profesora les dice:

*Profesora: “ahora vamos a ver cuáles son las características del triángulo”*

*Estudiante: “profe como así que características yo nunca había escuchado que el triángulo tenía características”*

---

<sup>37</sup> CROWLEY, M. The van Hiele model of development of Geometric thought, N.T.C.M.: Learning and teaching geometry, K12, N.T.C.M., Reston, 1987. Disponible en:  
<http://www.csmate.colostate.edu/docs/math/mathactivities/june2007/The%20van%20Hiele%20Model%20of%20the%20Development%20of%20Geometric%20Thought.pdf>

<sup>38</sup> Fouz, FERNANDO. Modelo de van hiele para la didáctica de la geometría. Donostia. En:  
[http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%20ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%20ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

*Profesora: “es lo que lo hace diferente a las demás figuras geométricas, por ejemplo con nosotros, ¿que nos hace diferentes a los elefantes?”*

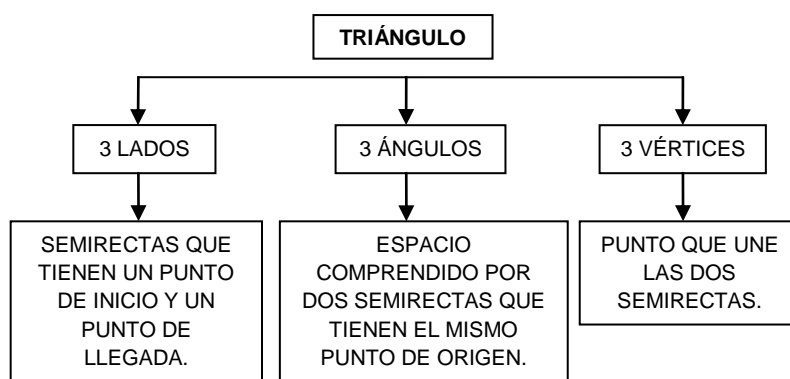
*Estudiante: “que nosotros tenemos solo dos piernas y ellos tiene cuatro patas”*

*Estudiante: “que nosotros tenemos boca y ellos una trompota...”*

*Estudiantes y Profesora: “jajajajaja”*

*Profesora: “bueno esas son las características que nos hacen diferentes, ahora vamos a ver qué características tiene el triángulo, que son diferentes a las que tiene el círculo por ejemplo”*

Toma como ejemplo uno de los triángulos que están en la cartelera y señala las partes haciendo con esto a un lado del tablero un mapa conceptual:



Al terminar de explicar les dice:

*Profesora: “¿queda todo claro?”*

*Estudiantes: “sí...”*

*Profesora: “entonces ¿cuántos lados tiene un triángulo?”*

*Estudiantes: “tres”*

*Profesora: “y ¿qué es un lado?”*

*Estudiante: “una semirrecta que tiene un inicio y un final”*

*Profesora: “y entonces como se unen dos semirrectas”*

*Estudiantes: “por puntos”*

*Estudiante: “así como la guía” (refiriéndose a la ficha entregada anteriormente)*

*Profesora: “exacto”*

Igualmente los esposos Van Hiele en su teoría señalan que es de gran importancia proponer actividades que contengan problemas e impliquen a una exploración del material, ya que estas constituyen la base adecuada del pensamiento del nivel superior<sup>39</sup>, como lo aplicó la profesora cuando:

- Fomento la participación en la actividad del cinturón para simular las características del círculo (círculo, centro y circunferencia).
- Por medio de las fichas de los dibujos, pidió que colorearan o señalaran un tipo de figura geométrica.
- Mostró diferentes imágenes de gran tamaño para identificar sus características.
- Permitió que manipulen las hojas, trabajando el origami, realizando un sacapiojos y permitiéndoles descubrir que es una figura hecha a base de triángulos.

### **FASE 3: EXPLICITACIÓN:**

Según la teoría de los esposos Van Hiele esta fase consiste en fomentar la argumentación de los procedimientos y las respuestas obtenidas en las actividades realizadas. Se socializan los resultados ya sea de manera oral o escrita. En esta fase el profesor no enseña cosas nuevas, sino que busca la revisión del trabajo desarrollado antes<sup>40</sup>.

---

<sup>39</sup> CROWLEY, M. The van Hiele model of development of Geometric thought, N.T.C.M.: Learning and teaching geometry, K12, N.T.C.M., Reston, 1987. Disponible en: <http://www.csmate.colostate.edu/docs/math/mathactivities/june2007/The%20van%20Hiele%20Model%20of%20the%20Development%20of%20Geometric%20Thought.pdf>

Con el fin de demostrar que la profesora sí tuvo en cuenta esta fase, se cita lo expresado por ella:

*Profesora: “Bueno ya que todos terminaron quien quiere venir acá (mostrando el pliego de papel Bond con varios puntos) a dibujar lo que hizo en la copia”*

*Profesora: “¿Qué dibujaste?, ¿Por qué eso es un triángulo?”*

*Profesora: “¿esto se parece a lo que hicimos con el cinturón y las cintas?”*

*Profesora: “si el círculo está formado por centro y circunferencia ¿Dónde quedará el centro en este dibujo?”*

Se propiciaron espacios para que los estudiantes contaran que habían observado, de igual manera explicaban cómo habían resuelto las actividades, teniendo en cuenta las experiencias previas que tenían sobre las figuras vistas en las sesiones, todo ello dentro de un contexto de diálogo con todo el grupo:

*Profesora: “quien me dice ¿dónde estaba ubicada yo?”*

*Estudiantes: “en el centro”*

*Y ella resalto el centro en el dibujo del tablero*

*Profesora: “y ustedes ¿dónde estaban?”*

*Estudiantes: “alrededor”*

*Mientras ella iba señalando en el dibujo*

*Profesora: “y ese alrededor ¿cómo se llama?”*

*Estudiante: “se llamaba círculo”*

*Profesora: “la línea que ustedes formaron entre todos se llama “circunferencia” que es una línea curva, cerrada y plana, ¿eso fue lo que hicimos?”*

---

<sup>40</sup> Vargas, GILBERTO; Gamboa, RONNY. El Modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Costa Rica. En: [www.revistas.una.ac.cr/uniciencia](http://www.revistas.una.ac.cr/uniciencia). 2013. Vol. 27, No. 1, p. 85.

*Estudiantes: “sí”*

*Profesora: “y las líneas que formamos con las cintas q salían de donde yo estaba hasta donde ustedes estaban se llama círculo que es la superficie plana contenida dentro de la circunferencia, todas la cintas median lo mismo para que pudiéramos formar la circunferencia.”*

Por ende en la estrategia llevada a cabo se evidencia la interacción social, la cual retomando la teoría de Vygotsky esta interacción social en el proceso es esencial, en la interacción con el otro es donde radica la base de los conocimientos<sup>41</sup>, no solo de manera cognitiva sino y de igual manera desde lo procedimental y actitudinal, es por ello que se insiste tanto en dejar atrás la visión de la escuela como algo aparte de la sociedad, del contexto y de los estudiantes como seres aislados de ese contexto, por ello Vygotsky plantea que el niño no es un ser aislado de su medio socio cultural, los vínculos con los demás forman parte de su propia naturaleza<sup>42</sup>. Tenemos que entender que los estudiantes aprenden de manera significativa con la ayuda ajustada del adulto, con la ayuda y colaboración de sus pares, pero siempre teniendo en cuenta el contexto más cercano donde los estudiantes se desenvuelven. Por lo anterior, en este espacio los estudiantes tuvieron la posibilidad de expresar los conocimientos o ideas frente al tema, además de sustentar que procedimientos utilizaron para encontrar la solución a la situación planteada, y sus compañeros aportaban ideas y conocimientos que hizo más enriquecedora esta fase.

#### **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE:**

Esta fase consta de una serie de actividades proporcionadas por la profesora, dirigidas a profundizar los conocimientos adquiridos, a ampliar la aplicación de

---

<sup>41</sup> Lucci, MARCOS ANTONIO. La propuesta de Vygotsky: la psicología socio- histórica. Brasil. En: <http://www.ugr.es/~recfpro/rev102COL2.pdf>, p. 8.

<sup>42</sup> Lucci, MARCOS ANTONIO. La propuesta de Vygotsky: la psicología socio- histórica. Brasil. En: <http://www.ugr.es/~recfpro/rev102COL2.pdf>, p. 5.

estos y a relacionarlos. Aquí es donde la profesora podrá comprobar si los estudiantes saben utilizar el conocimiento adquirido.

En las sesiones se implementó esta fase con el uso de fichas, la actuación de la profesora en esta fase es mínima, pero se verá a continuación el encuadre que hace frente a la entrega de fichas a los estudiantes:

*Profesora: “ahora les voy a entregar a cada uno esta ficha en donde deben primero colocar el nombre, después leer bien los dos ejercicios y los resuelven según lo que hemos trabajado”*

*Profesora: “ponen atención y me miran todos por favor, les voy a entregar a cada uno una ficha de estas, tiene tres preguntas, las resuelven por favor”*

Fomentando en los estudiantes, con el uso de éstas fichas, la articulación de sus conocimientos previos y los conocimientos adquiridos, creando así un conocimiento nuevo y hacer uso de él para la correcta resolución de las situaciones problemas, planteadas.

Como plantea la teoría de los esposos Van Hiele<sup>43</sup>, en este nivel aparecen actividades más complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario.

Por lo anterior podemos decir que aunque se tuvo en cuenta y se aplicó de la manera como la teoría lo indicaba, no se tuvieron los resultados esperados, pues al analizar las fichas de los estudiantes seguían cometiendo errores, no tan significativos como los evidenciados en la prueba inicial pero si existieron, con mayor incidencia en la estrategia del círculo:

---

<sup>43</sup> Fouz, FERNANDO. Modelo de van hiele para la didáctica de la geometría. Donostia. En: [http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

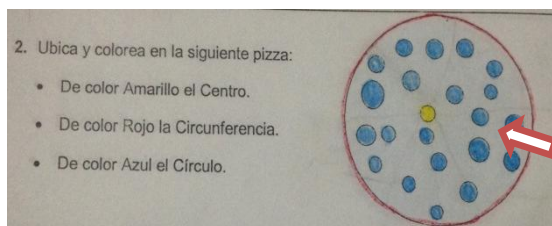


Imagen 8

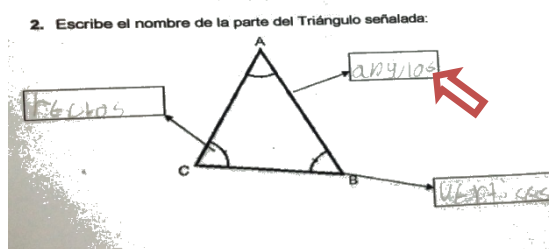


Imagen 7

En cuanto a respuestas a las preguntas abiertas donde debían sustentar y argumentar, propuestas por la teoría de Van Hiele, la cual sustenta que “lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras o puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea les obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más potente”<sup>44</sup>, se puede evidenciar que el lenguaje sigue siendo común “no técnico”, la mayoría de los estudiantes siguen sin tener en cuenta las características del círculo principalmente:

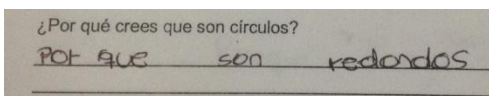


Imagen 10

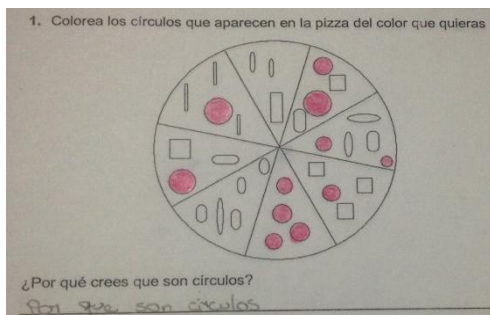


Imagen 11

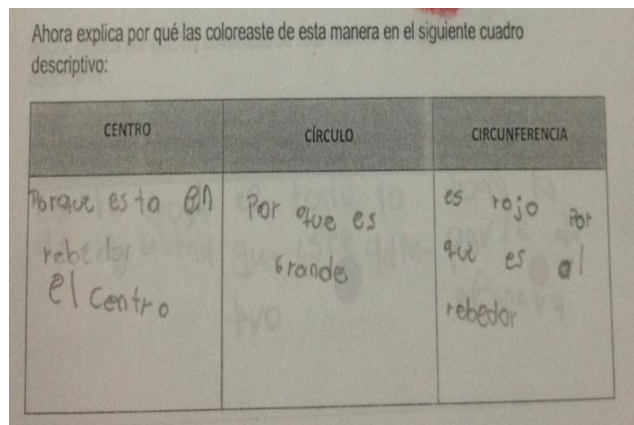


Imagen 9

<sup>44</sup> Fouz, FERNANDO. Modelo de van hiele para la didáctica de la geometría. Donostia. En: [http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

Existió un avance mínimo reflejado en unos pocos estudiantes los cuales sustentaban la caracterización del círculo.

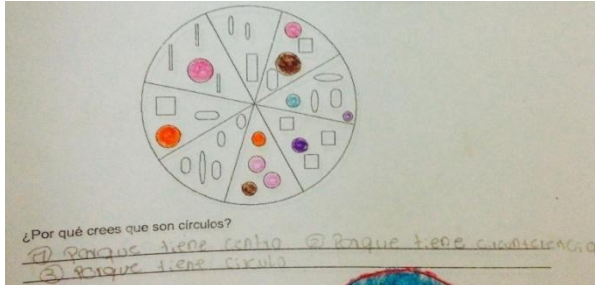


Imagen 13

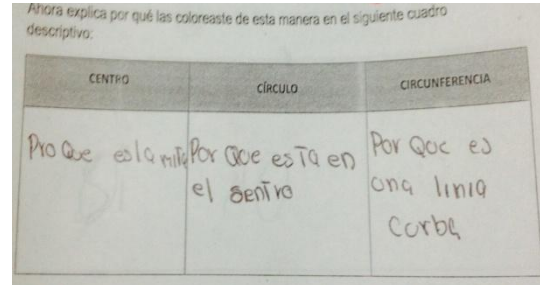


Imagen 12

Frente a las demás estrategias, gracias al instrumento de las fichas se pudo evidenciar un cambio positivo en cuanto a la implementación de las anteriores fases:

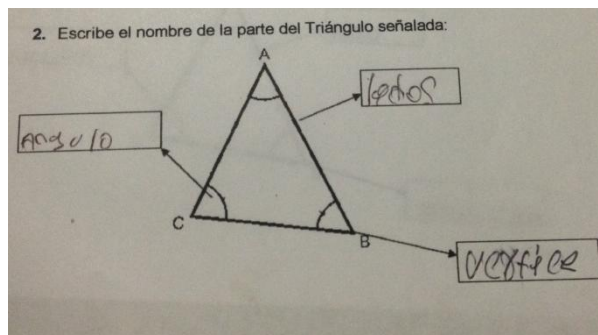


Imagen 14

Podríamos afirmar que lo que sucedió con la estrategia del círculo fue que no se llegó a la total motivación por parte de los estudiantes, ya que en cuanto a la secuencia didáctica que se manejó teniendo muy en cuenta las fases, se cumplió con todos los pasos y objetivos para llegar a nuestra meta, que en este caso específico podemos inferir que no se cumplió.



## FASE 5: INTEGRACIÓN:

En esta fase, que es la última, se resume todo lo estudiado intentando integrar los conocimientos nuevos de los ya existentes en el estudiante, ampliando de esta manera la red de conocimientos<sup>45</sup>. Esta fase se desarrolló con la participación de todos los integrantes, tanto estudiantes como profesora en formación.

En esta fase la profesora en formación ayudó a realizar una síntesis de lo visto en clase:

*Profesora: ahora todos nos vamos a sentar en mesa redonda acá en el piso  
Todos lo hicieron y empezaron hablar de lo que habían hecho desde que hicieron la pizza que les había gustado mucho la clase porque les habían traído plastilina*

*Profesora: que rico que les haya gustado el trabajo de hoy pero quiero que me digan también ¿qué fue lo que aprendimos?*

*Estudiante: el círculo, el centro y la circunferencia*

*Profesora: que son las...*

*Estudiante: características*

*Estudiante: lo que lo hace diferente*

*Estudiante: profe y también aprendimos a hacer pizza*

*Estudiante: que es un círculo también*

*Profesora: exacto, y como es un circulo entonces ¿Cuáles son sus características?*

*Estudiante: profe ya las dijimos*

*Profesora: yo no me acuerdo, ¿me las recuerdan?*

*Estudiantes: que tiene centro, cir...*

*Profesora: y ¿qué es el centro?*

---

<sup>45</sup> Fouz, FERNANDO. Modelo de van hiele para la didáctica de la geometría. Donostia. En: [http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

*Estudiante: lo de la mitad*

*Estudiantes: ¡un punto!*

*Profesora: muy bien, ¿la circunferencia entonces que es?*

*Estudiante: el borde*

*Profesora: y como es ese borde que dices*

*Estudiante: una línea curva*

*Profesora: exacto y ¿el círculo entonces?*

*Estudiantes: es todo lo que hay adentro*

*Profesora: es la superficie plana contenida dentro de la circunferencia*

*Estudiante: si si profe*

*Profesora: aprendimos entonces la caracterización del...*

*Estudiantes: círculo*

También se implementaron estrategias metacognitivas como la autoevaluación, que sirve a los estudiantes para planificar, controlar y evaluar su propio proceso de aprendizaje, asimismo nos sirve para conocer las nuevas estructuras de los estudiantes, después de implementar cada estrategia, nos servirá como un “después” con el fin de confrontar los niveles de visualización y análisis de los estudiantes a lo largo de la implementación de los instrumentos.

En este orden de ideas, se les brindó a los estudiantes la oportunidad de evaluar su propio proceso de aprendizaje, entregándole a cada uno una ficha de autoevaluación y proporcionándole el tiempo para indagar él mismo sobre lo aprendido en cada jornada:

NOMBRE: <i>Diego Alejandro</i>	SI	NO
Participé en cada una de las actividades.	<i>X</i>	
Escuché atentamente las opiniones de los demás.	<i>X</i>	
Contribuí a las discusiones en grupo.		<i>X</i>
Comuniqué ideas e información claramente.		<i>X</i>
QUÉ APRENDÍ <i>sobre el triángulo y muchas cosas más</i>		

Imagen 15

Evidenciando con esto que los estudiantes fueron realmente sinceros con su proceso de aprendizaje, ya que al contrario de lo que nos esperábamos había “X” en algunas casillas de “NO”, pero también estas fichas de autoevaluación nos permitieron constatar que el lenguaje utilizado durante toda la jornada, utilizado igualmente en la síntesis anteriormente realizada, sobre las características de las figuras geométricas en cada una de las sesiones correspondientes, no es utilizado en ellas, no lo evidencian en sus escritos, mas si en su diálogo, no queriendo decir con esto que son todos los estudiantes, pero si la mayoría de ellos.

El formato de la ficha de autoevaluación contiene al final un espacio donde se les cuestiona a los estudiantes por lo aprendido, dejando que sean ellos mismos los que con sus propias palabras expliquen el proceso de su aprendizaje durante cada sesión de trabajo y evidencien conceptos en nuestro caso específico sobre las figuras geométricas.

NOMBRE: <i>JOSE LUIS BEN</i>	SI	NO
Participé en cada una de las actividades.	<i>X</i>	
Escuché atentamente las opiniones de los demás.	<i>X</i>	
Contribuí a las discusiones en grupo.	<i>X</i>	
Comuniqué ideas e información claramente.	<i>X</i>	
QUÉ APRENDÍ	<i>La circunferencia el centro y círculo</i>	

Imagen 16

De esta manera se puede observar como el estudiante, gracias a la oportunidad que se le brinda de poder autoevaluar lo aprendido durante la jornada, llega a su propia conclusión de lo aprendido, mas no describe estructuradamente los conceptos, que es a lo que le apostábamos, pero los reconoce, define los conceptos clave de la figura geométrica de la jornada de estudio.

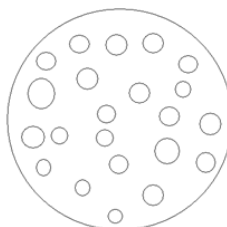
Para constatar lo anteriormente dicho se interpretaron los registros obtenidos mediante la aplicación de la estrategia en sus diferentes sesiones y los formatos de las autoevaluaciones para obtener un “después de” con el fin de dejar claro lo sucedido en los dos niveles de la teoría de Van Hiele, visualización y análisis.

## VISUALIZACIÓN

Se puede interpretar como lo exponen los esposos Van Hiele en su teoría, que la gran mayoría de los estudiantes después de haberse implementado la estrategia mediadora continúan percibiendo los objetos en su totalidad y como unidades no formadas por partes, describiendo objetos por el aspecto físico, pudiendo atribuir características poco relevantes en las descripciones que hacen, siguen sin reconocer explícitamente los componentes y propiedades de los objetos matemáticos, evidenciándolo en las diferentes sesiones, por ejemplo en la sesión del círculo, en la ficha escrita donde deben sustentar el por qué las coloreaban de ésta manera:

2. Ubica y colorea en la siguiente pizza:

- De color Amarillo el Centro.
- De color Rojo la Circunferencia.
- De color Azul el Círculo.



Ahora explica por qué las coloreaste de esta manera en el siguiente cuadro descriptivo:

CENTRO	CÍRCULO	CIRCUNFERENCIA

Imagen 17

Se encontraron respuestas tales como: “*Porque en la fotocopia decia que los teniamos que pintar de azul*”, “*Porque lo indicaba*”.

Una gran minoría de estudiantes identifica y describe los atributos físicos reflejándolo en las siguientes respuestas: *“Por que es una linia corba”, “ Porque esta en el centro”*

Se continua evidenciando que las preguntas donde se tuvo mayor margen de error fue en el indicador de “uso de lenguaje no técnico”, ya que en el momento de responder preguntas abiertas, donde tenían que evidenciar conocimientos adquiridos, respondían con un lenguaje no técnico, cotidiano, sin tener en cuenta lo visto anteriormente en las sesiones con su vocabulario específico, evidenciando que aún no habían adquirido el lenguaje matemático propio. Lo anterior lo podemos constatar con las respuestas a preguntas abiertas tanto en la estrategia mediadora como en las autoevaluaciones:

*PREGUNTA: ¿Por qué crees que son círculos?*

*RESPUESTA 1: Por que es las sal chichas en rodajas*

*RESPUESTA 2: Porque son sirculos*

*RESPUESTA 3: Porque los sirculos son chiquito y redondos y pequeños*

*PREGUNTA: ¿Qué aprendí?*

*RESPUESTA 1: Sobre el Triangulo y muchas cosas más*

*RESPUESTA 2: el cuadrado y el rectángulo*

*RESPUESTA 3: Mucho porque puse cuidado*

Solo una minoría de estudiantes presenta un avance en el uso de un lenguaje técnico evidenciándolo en las siguientes respuestas:

*PREGUNTA: ¿Por qué crees que son círculos?*

*RESPUESTA 1: Por que tienen circunferencia centro y circulo*

*RESPUESTA 2: 1. Porque tiene centro 2. Porque tiene circunferencia 3. Porque tiene circulo*

*PREGUNTA: ¿Qué aprendí?*

*RESPUESTA 1: vertices, lados angulos y cuadrados.*

*RESPUESTA 2: La circunferencia el centro y el circulo*

## **ANÁLISIS**

La teoría de Van Hiele sustenta que “el estudiante identifica los componentes generales de un todo y sus características, pero aun no hace relaciones entre ellos, es decir puede identificar que un cuadrado o un rectángulo tiene lados y ángulos pero aun no es capaz de establecer la relación existente entre los lados y los ángulos de ese cuadrado o rectángulo, ni la relación existente entre el cuadrado y el rectángulo o clasificarlos según las propiedades que comparten”<sup>46</sup> con lo anterior se evidencia que el nivel dos de Análisis no se dio un avance relevante, puesto que los estudiantes a pesar de la estrategia implementada aún se encuentran y les falta superar aspectos del nivel de reconocimiento, llevando a que el nivel dos les sea más complejo, a algunos estudiantes, responder acertadamente en uno de los ítems tales como puede hacer conjeturas mediante la observación y enunciar una lista de propiedades innecesarias para identificar los objetos geométricos, en vez de determinar propiedades necesarias y suficientes.

---

<sup>46</sup> Fouz, FERNANDO. Modelo de van hiele para la didáctica de la geometría. Donostia. En: [http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

## 5. CONCLUSIONES

- Cada nivel implica una comprensión y un uso de conceptos geométricos de distinta manera, es decir que los estudiantes no presentaron mayor nivel de razonamiento en el nivel de visualización, sino que las experiencias y situaciones fueron percibidas de manera diferente y por lo tanto hicieron una mejor interpretación de éste nivel.
- Según la teoría de Van Hiele “El paso de un nivel a otro no es automático y es independiente de la edad” queriendo decir con esto que no porque tengan determinada edad ya pasaron por uno o varios de los niveles de razonamiento, se pudo observar como estudiantes teniendo la misma edad y estando en el mismo grado escolar, no determina que tengan el mismo nivel de razonamiento.
- Al realizar el análisis e interpretación de los resultados obtenidos a través de la propuesta, se pudo evidenciar que el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes del grado tercero, tienen aspectos tanto del nivel de visualización y reconocimiento como del nivel de análisis, pero existe una mayor incidencia en el nivel de visualización teniendo un avance mínimo (pocos estudiantes) pero existiendo.

## 6. RECOMENDACIONES

- Se recomienda que en la aplicación de una estrategia mediadora, se evidencie la posición inicial y una posición final del estudiante, evidenciando conocimientos previos y conocimientos aprendidos, aplicando pruebas iniciales y finales que permita al docente identificar el proceso en el que se encuentran los estudiantes, teniendo como base la teoría, lo cual lo llevaría a una implementación de estrategias adecuadas y pertinentes, para así ayudar a sus estudiantes a alcanzar un nivel de razonamiento superior.
- La teoría de Van Hiele en lo que radica al componente instructivo basado en las fases de aprendizaje, se recomienda a docentes para que lo utilicen como una herramienta trabajo, ya que es preciso afirmar que sirve para mejorar significativamente el razonamiento geométrico en los estudiantes, siendo utilizado de manera constante, oportuna y siguiendo sus parámetros.
- Antes de dar por terminada una sesión de clase, tanto el docente como el estudiante realicen una reconstrucción conjunta de lo trabajado y aprendido, proporcionando de igual manera espacios para la autoevaluación personal, con el fin de que por parte de los estudiantes exista un autocontrol de su propio aprendizaje y por otra parte le proporcione al docente aspectos positivos y negativos de la propuesta que pueda reforzar o modificar a tiempo.



## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCE, Matías; Blázquez, SONSOLES. Circunferencia y círculo. En:  
[http://roble.pntic.mec.es/sblm0001/archivos/tema5\\_geometria.pdf](http://roble.pntic.mec.es/sblm0001/archivos/tema5_geometria.pdf)

BRESSAN, A.. BOGISIC, B. y CREGO, K. Razones para Enseñar la Geometría en la Educación Básica, Buenos Aires. Ediciones Novedades Educativas. 2000, 2006.

CAAMAÑO ESPINOZA, Carlos y ARAVENA DÍAZ, María. Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule. Talca, Chile. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. Relime vol.16 no.2. México, Julio de 2013. Disponible en:  
[http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-24362013000200002&lang=pt](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362013000200002&lang=pt)

CROWLEY, M. The van Hiele model of development of Geometric thought, N.T.C.M.: Learning and teaching geometry, K12, N.T.C.M., Reston, 1987. Disponible en:  
<http://www.csmate.colostate.edu/docs/math/mathactivities/june2007/The%20van%20Hiele%20Model%20of%20the%20Development%20of%20Geometric%20Thought.pdf>

FOUZ, Fernando. Modelo de van hiele para la didáctica de la geometría. Donostia. En:  
[http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%A1a.\\*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.\\*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materiales/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%A1a.*Fouz,%20Fernando%3B%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf)

FOUZ, Fernando. Test Geométrico Aplicando El Modelo de Van Hiele. En revista SIGMA 28, 2006, p. 34.

GARCÍA ROA, María Agustina. Didáctica de la Geometría Euclidiana: Conceptos Básicos para el Desarrollo del Pensamiento Espacial. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 2006.

HERNÁNDEZ, V. y VILLALBA, M. Perspectivas en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI. Documento de discusión para estudio ICMI. PMME-UNISON. 2001. Traducción del documento original. Disponible en <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>

HERNÁNDEZ, Roberto, FERNÁNDEZ, Carlos y BAPTISTA, M del P. Metodología de la Investigación. 4 Edición. México. Disponible en <http://es.scribd.com/doc/38757804/Metodologia-de-La-Investigacion-Hernandez-Fernandez-Batista-4ta-Edicion#scribd>

HERNÁNDEZ, Roberto, FERNÁNDEZ, Carlos y BAPTISTA, M del P. Metodología de la Investigación. 5 Edición. México, 2010.

LOBO, Netsy. Aplicación del modelo propuesto en la Teoría de Van Hiele para la enseñanza de la geometría. Multiciencias (en línea) 2004. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=90440104> ISSN 1317-2255.

LÓPEZ, Oscar. Medición, Técnicas e instrumentos de Investigación. 2011. Disponible en: <http://es.slideshare.net/oscarlopezregalado/instrumentos-de-investigacin-9217795>

LUCCI, Marcos Antonio. La propuesta de Vygotsky: la psicología socio- histórica. Brasil. En: <http://www.ugr.es/~recfpro/rev102COL2.pdf>, p. 5.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL – MEN. Lineamientos curriculares. Matemáticas. Bogotá, 1998, p. 59

PAREDES, Z., IGLESIAS, M. y ORTIZ, J. Sistemas de cálculo simbólico y resolución de problemas en la formación inicial de docentes. 2007. Revista Enseñanza de la Matemática, 12 al 16 (número extraordinario).

RIZZOLO, P. I. (s.f.). Diseño de Actividades Geométricas Interactivas en el Marco Conceptual del Modelo de Van Hiele. En: [http://www.coopvvgg.com.ar/sergiorizzolo/trabajo/trabajo\\_final.htm#Fases](http://www.coopvvgg.com.ar/sergiorizzolo/trabajo/trabajo_final.htm#Fases)

TAMAYO y Tamayo, Mario. El proceso de la investigación científica. Disponible en: <http://es.scribd.com/doc/12235974/Tamayo-y-Tamayo-Mario-El-Proceso-de-la-Investigacion-Cientifica#scribd>

TEJADA FERNÁNDEZ, José. Instrumentos de evaluación. Universidad Autónoma de Barcelona. España, 1995.

TORO JARAMILLO, Iván Darío y PARRA RAMÍREZ, Rubén Darío. Método y conocimiento: Metodología de la Investigación. Disponible en: <https://books.google.com.co/books?id=4Y-kHGjEjy0C&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false>

VAN HIELE, Pierre. Structure and insight, Academic Press. New York. 1986.

VARGAS, Gilberto; GAMBOA, Ronny. El Modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Costa Rica. En: [www.revistas.una.ac.cr/uniciencia](http://www.revistas.una.ac.cr/uniciencia). 2013. Vol. 27, No. 1, p. 85.

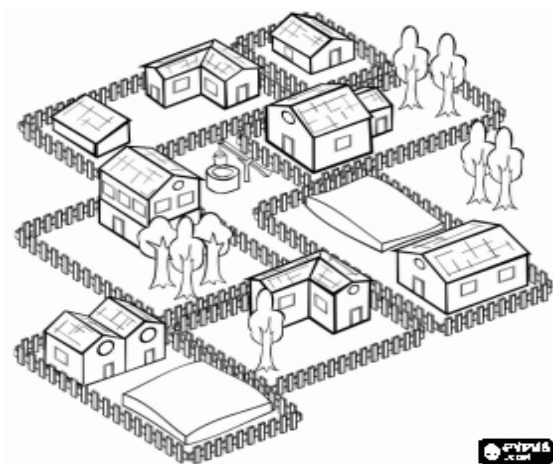
## 8. ANEXOS

### 8.1. INSTRUMENTOS

#### 8.1.1. Prueba Inicial

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL  
PROYECTO DE GRADO  
INSTRUMENTO PRUEBA INICIAL

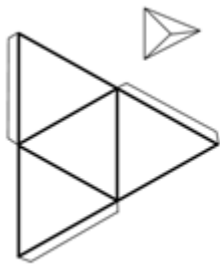
#### LA CIUDAD



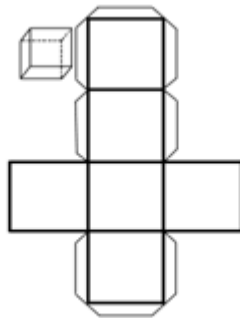
Durante muchos años los arquitectos e ingenieros han diseñado grandes ciudades, las calles, los puentes, los edificios, los barrios, los estadios, los coliseos, los hoteles, los centros comerciales, los parques, los andenes, son parte fundamental de una ciudad y todas estas construcciones están dentro de un gran espacio y poseen muchas formas.

En un país se reunieron muchos ingenieros, arquitectos y constructores que debían hacer una ciudad para PEPE un personaje que necesita información para construir la ciudad del futuro. Señala con una X la respuesta

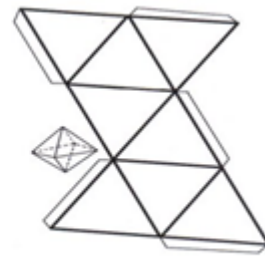
1. Pepe necesita construir una casa grande, ¿cuál de las siguientes plantillas usará?



A



B



C

- A. A y B
- B. B y C
- C. A y C
- D. ninguna

¿Por qué escogiste esa respuesta?

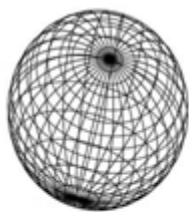
a. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

b. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

c. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

d. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

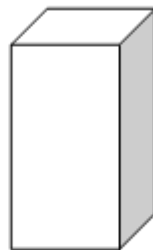
2. ¿Con cuál de las siguientes figuras se construirá un poste de la luz?



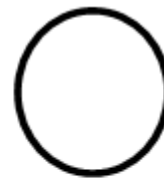
A



B



C



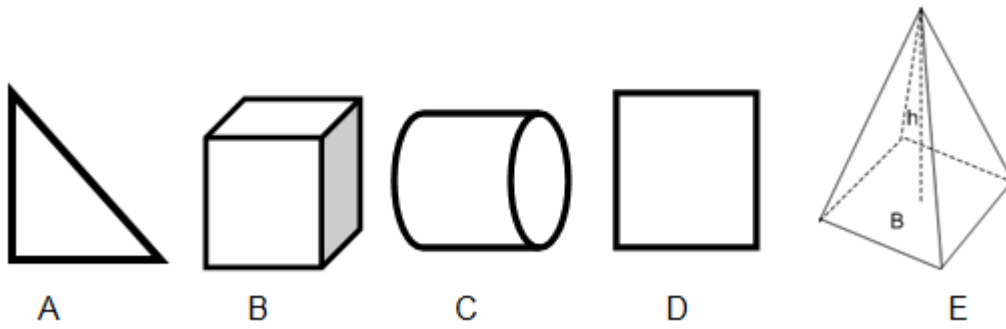
D

- A. Usando A y B
- B. Usando B Y D
- C. Usando B y C
- D. Ninguna

¿Qué sucedería si se usara la “A” y la “C”?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. PEPE buscará dos objetos iguales para realizar una construcción. ¿Cuáles serán iguales?



- A. A y B
- B. B y C
- C. B Y D
- D. A y E

4. ¿Por qué crees que son iguales?

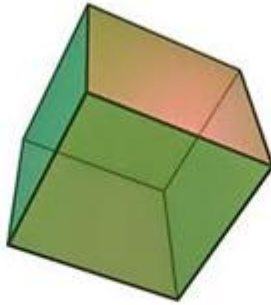
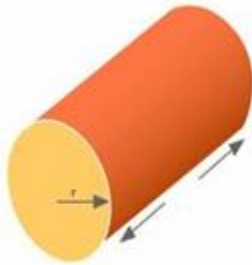
a. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

b. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

c. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

d. \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

5. PEPE necesita construir la ciudad con diferentes formas pero aun no sabe cuál es el nombre de los cuerpos que usaría para esa construcción. Escribe el nombre de los que conozcas.

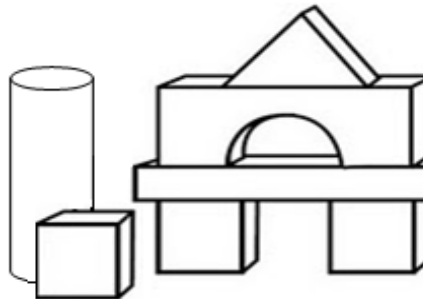


\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

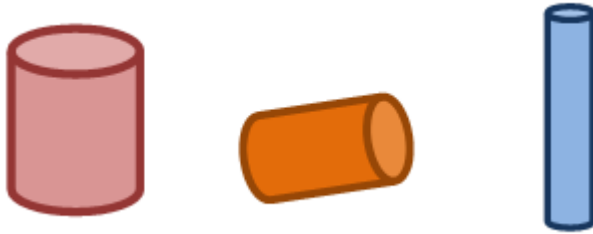
6. Observa la siguiente imagen , PEPE no sabe con qué objetos fue construida.



- A. Con cubos, y una circunferencia
- B. Con Paralelepípedos, cubo, cilindro y pirámide,
- C. Con Triángulos, rectángulos, cuadrados, y círculos
- D. Con Cilindros, triángulos, y esfera

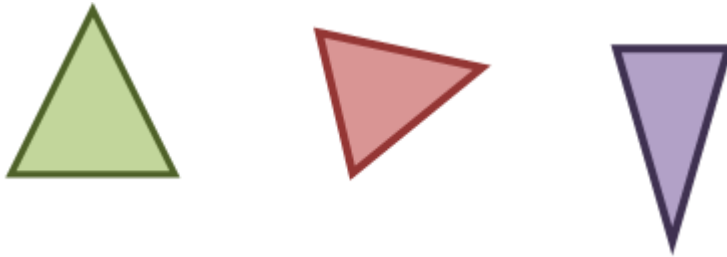


7. ¿Cuál de estas figuras será un cilindro?



- A. El primero y el segundo
- B. El segundo, el tercero y el primero
- C. El tercero y el segundo
- D. Ninguno

8. ¿Cuál de estas figuras será un triángulo?

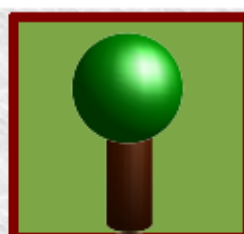
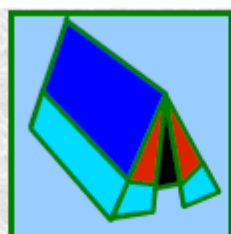


- A. El primero
- B. El segundo y el tercero
- C. El tercero , el primero y el segundo
- D. Ninguno

9. Pepe buscó muchas monedas para comprar todos los cuerpos para la construcción de su ciudad y se pregunto: ¿Cuál es la forma de las monedas?

- A. Esférica
- B. Cilíndrica
- C. Circular
- D. Cuadrada

10. Escribe a que cuerpo geométrico se parecen:



\_\_\_\_\_

### **8.1.2.Estrategia Mediadora**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL  
PROYECTO DE GRADO**

**POBLACIÓN OBJETO:** Estudiantes de grado Tercero 1 de la institución educativa Gimnasio Risaralda.

**ESTRATEGIA MEDIADORA:**

**UNIDAD DE TRABAJO: FASES DE APRENDIZAJE SEGÚN EL MODELO DE VAN HIELE**

**OBJETO MATEMÁTICO:** Caracterización De Figuras Y Cuerpos Geométricos.

**OBJETIVOS:**

**FASE 1:** A través de estas actividades el estudiante reconoce los objetos con los que va a trabajar, interactúa con ellos y explora las diferentes posibilidades que su conocimiento le permite para construir formas diversas.

**FASE 2:** Explicar de manera oral las figuras y los cuerpos geométricos usando un vocabulario adecuado.

**FASE 3:** Describir las figuras y los cuerpos geométricos de acuerdo a sus propiedades y empleando el lenguaje geométrico.

**FASE 4:** Aplicar los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más complicadas.

**FASE 5:** realizar una recopilación de todo lo aprendido sobre las figuras y los cuerpos geométricos, durante todas las fases y los niveles 1 y 2 del modelo propuesto por los esposos Van Hiele.

#### **NIVEL 1 DE VAN HIELE: VISUALIZACIÓN:**

En este nivel los estudiantes diferencian o clasifican los objetos por semejanzas o diferencias físicas generales, por esto, los estudiantes del grado tercero, deberán reconocer los cuerpos y figuras geométricas, realizando actividades que les permita manipular, dibujar y construir.

#### **NIVEL 2 DE VAN HIELE: ANÁLISIS:**

En este nivel los estudiantes deducen nuevas relaciones entre componentes o nuevas propiedades informalmente partiendo de la experimentación, percibiendo los objetos formados por partes y dotados de propiedades, pero no identificando relaciones entre estas partes.

**ESTÁNDAR:** Realizar construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.

### **ESTRATEGIA DEL CÍRCULO**

#### **FASES DE APRENDIZAJE**

##### **FASE 1: INFORMACIÓN**

##### **SITUACIÓN PROBLEMA:**

Joselito es el hijo del mejor chef de la ciudad, hace comidas deliciosas pero lo que le queda más rico son las pizzas, el mismo amasa la masa, le echa todos los ingredientes posibles de muchas formas y sabores y la mete en el horno para que se cocine, Joselito que es muy pequeño y por lo mismo muy curioso, cuando come la pizza ve muchas cosas encima de ella y quiere saber que son todas esas formas que tiene la pizza, nosotros que ya conocemos más le podemos responder sobre todas las formas que tiene la pizza, vamos a ayudarlo.

## **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:**

Primero se les contará a los estudiantes la situación problema, después se indagará lo que ellos saben de las pizzas, quienes han comido, que cosas han visto que contengan las pizzas, que formas tienen las pizzas y los ingredientes que esta trae, por qué creen que tienen esas figuras, y por qué tienen esas figuras y no otras, así entre otras preguntas que surjan en el momento, de todo esto se estará tomando registro, después a cada estudiante se les entregará un pedazo de plastilina, con el que deberán realizar una pizza completa (no por porciones) de forma circular, esto nos permitirá observar de que manera forman el círculo, si primero forman con la plastilina una esfera, o que manera utilizan para la realización de ésta, así después de terminar, socializaremos el trabajo, de tal manera que cada estudiante explique que utilizó para realizar la pizza, cómo lo realizó, por qué pueden decir que es una pizza de forma circular, entre otras. Esta parte de la socialización será registrada pues nos arrojará resultados sobre la actividad.

## **FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA:**

Después nos desplazaremos a la cancha, donde haremos 2 actividades, la primera consiste en que los estudiantes comprendan y aprendan las características del círculo, que tiene un centro y una circunferencia que es una línea curva, cerrada y plana cuyos puntos están a la misma distancia del centro, el círculo en cambio es la superficie plana contenida dentro de la circunferencia, por esto haremos una ronda con una canción (ANEXO 1), donde se hará un círculo y en la mitad estará una de las dos profesoras practicantes con 26 cintas de colores amarradas de un cinturón, a cada estudiante se le dará una cinta y a medida que cantemos la canción, ellos deberán pasarle la cinta a su compañero de enseguida, y así se irá rotando esta, de esta manera la profesora practicante será el centro del círculo y los estudiantes serían la circunferencia y el espacio comprendido por las cintas será el círculo.

### **FASE 3: EXPLICITACIÓN:**

A seguir con la estrategia regresaremos al salón y socializaremos el trabajo, donde se pegará una cartelera con el dibujo de lo que acabamos de realizar, y al lado se dibujará el círculo, e iremos comparando lo visto en el juego con los dibujos del tablero, de esta manera se indagará si de verdad se comprendió y aprendió las características del círculo por medio del juego. Además se harán preguntas sobre los términos:

- ¿Cuál es el centro de este círculo?, ¿Por qué?
- ¿Cuál es la circunferencia?, ¿Por qué?
- ¿Qué parte es el círculo?, ¿Por qué?

Esto con el fin de indagar si quedaron claros, que aprendieron de esto, que falta por aprender para poder resolver el problema de Joselito.

Ya después de conocer lo que aprendieron los estudiantes, la profesora concretará los conocimientos nuevos.

### **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE:**

Después se les entregará una ficha (ANEXO 2) que consta de dos partes, en la primera parte se encontrará un dibujo de una pizza completa, con varios ingredientes de distintas formas, ellos deberán colorear solo los círculos que aparecen en la pizza, en la parte de abajo sustentando el por qué colorearon esos y no los demás. En la segunda parte de la ficha habrá un dibujo de una pizza con los ingredientes circulares, pero sin divisiones, los estudiantes deberán primero colorear con diferentes colores las características del círculo que son el centro, el círculo y la circunferencia, después es un cuadro descriptivo, deberán colocar por qué de cada característica del círculo.

### **FASE 5: INTEGRACIÓN:**

Para finalizar, se dará paso a la socialización del trabajo realizado con la ficha, pero además todos nos sentaremos en el piso y haremos una reflexión sobre lo trabajado en la jornada de hoy, desde la pizza en plastilina hasta la ficha, además se reflexionará sobre el trabajo de cada uno, que aprendió, sobre los conceptos de círculo, centro y circunferencia que dudas se resolvieron, que sabíamos y que sabemos, todo esto se registrará en la hoja de autoevaluación que se le entregará a cada estudiante, además se retomará la situación problema y se le dará solución.

## **ANEXOS:**

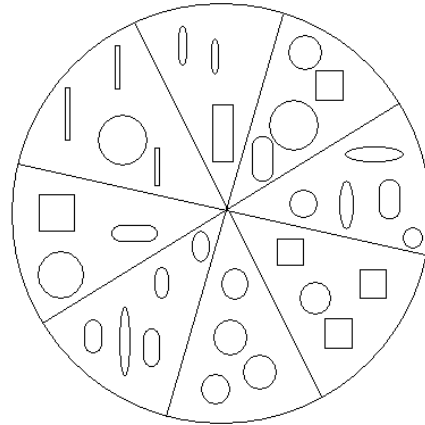
### **ANEXO 1: Canción**

Redondo, redondo, o, o,  
como una ruedita, a, a,  
redondo, redondo, o, o,  
no tengo esquinitas, tas, tas.

## ANEXO 2: Ficha

NOMBRE: \_\_\_\_\_

1. Colorea los círculos que aparecen en la pizza del color que quieras



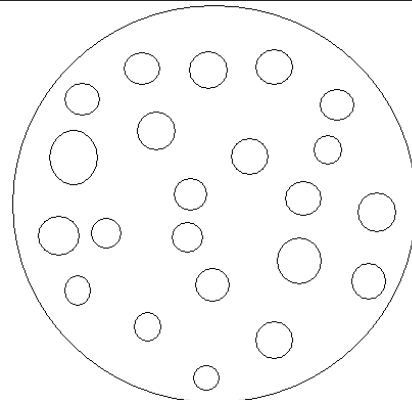
¿Por qué crees que son círculos?

---

---

2. Ubica y colorea en la siguiente pizza:

- De color Amarillo el Centro.
- De color Rojo la Circunferencia.
- De color Azul el Círculo.



Ahora explica por qué las coloreaste de esta manera en el siguiente cuadro descriptivo:

CENTRO	CÍRCULO	CIRCUNFERENCIA
--------	---------	----------------



--	--	--

## **ESTRATEGIA DEL TRIÁNGULO**

### **FASES DE APRENDIZAJE**

#### **FASE 1: INFORMACIÓN**

##### **SITUACIÓN PROBLEMA:**

Camila es una niña de 6 años a la que le gustan mucho las figuras geométricas así que quiso construir varias cosas con formas que había visto por su casa, hizo flores, estrellas, algunas gafas y demás objetos, pero cuando Santiago su primo le preguntó qué figuras había utilizado, no supo decirle, olvidó su nombre y sus características, no sabía si tenía lados rectos o lados curvos, así que nos quiere pedir el favor que le ayudemos a recordar para ella poderle decir a su primo Santiago. ¡Ayudémosle!

##### **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:**

Primero se les contará a los estudiantes la situación problema, después se indagará lo que ellos saben de la forma del triángulo, preguntándoles qué cosas conocen que tengan esta forma, dependiendo de las que nos digan, nos dirigiremos a la cancha del colegio, observaremos alrededor y se les harán preguntas así:

- ¿Qué forma tienen las montañas?
- ¿Qué forma tienen los picos del viaducto?

- ¿Qué forma tienen los techos de las casas? (señalando la casa que se encuentra en frente del colegio.
- ¿Por qué creen que tienen esas figuras?
- ¿Por qué tienen esas figuras y no otras?

Entre otras preguntas que surjan en el momento, después volveremos al salón y a cada estudiante se le entregará una hoja en blanco y se le pedirá que dibuje un objeto como los que vimos ahora, que estén formados por uno o más triángulos, diferentes a los que vimos, después socializaremos el trabajo, de tal manera que cada estudiante explique qué utilizó en su dibujo, cuántos triángulos, de qué manera, cómo lo realizó, entre otras. Esta parte de la socialización será registrada pues nos arrojará resultados sobre la actividad.

## **FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA:**

Después a cada estudiante se le entregará una hoja cuadrada para realizar un “saca piojos” que es una figura en origami la cual para formarla se necesita doblar varias veces formando así triángulos, después de armarlo y marcar bien los dobles, se desdoblará y se les pedirá que cuenten cuantos triángulos hay marcados, después se les entregará una ficha con puntos donde tendrán que formar los triángulos que mas puedan, esta misma ficha estará en una cartelera pegada en el tablero.

## **FASE 3: EXPLICITACIÓN:**

Cuando terminen de realizar la ficha pasaremos a socializar el trabajo, haciendo los triángulos en la cartelera, de esta manera se podrá explicar las características del triángulo, que son sus 3 lados, sus 3 ángulos y sus 3 vértices, esto se explicará por medio de un mapa conceptual sencillo (ANEXO 4) y de fácil recordación para los estudiantes. Además se harán preguntas, tales como:

- ¿Cuántos lados tiene el triángulo?

- ¿Cuáles son los lados del triángulo?, ¿Por qué?
- ¿Cuántos ángulos tiene el triángulo?
- ¿Cuáles son los ángulos del triángulo?, ¿Por qué?
- ¿Cuántos vértices tiene el triángulo?
- ¿Cuáles son los vértices del triángulo?, ¿Por qué?

Éstas con el fin de indagar si los términos vistos si quedaron claros, que aprendieron de esto, que falta por aprender para poder resolver el problema de Camila con su primo Santiago.

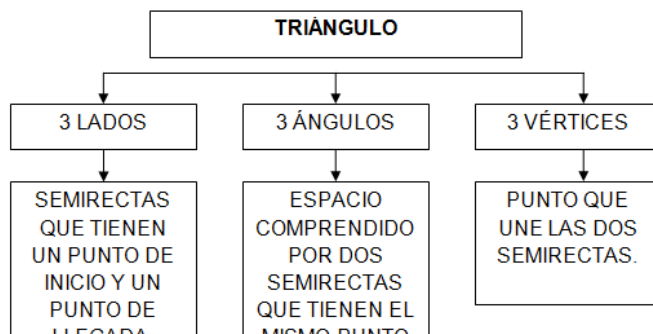
#### **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE:**

Después se les entregará una ficha (ANEXO 5) que consta de dos partes, en la primera parte se encontrará un dibujo con varios triángulos, ellos deberán contarlos y completar el cuadro siguiente con la información que le pide. En la segunda parte de la ficha habrá un dibujo de un triángulo marcadas sus diferentes partes, los estudiantes deberán completar con los nombres de cada una de las partes.

#### **FASE 5: INTEGRACIÓN:**

Para finalizar, se dará paso a la socialización del trabajo realizado con la ficha, pero además todos nos sentaremos en el piso y haremos una reflexión sobre lo trabajado en la jornada de hoy, se hará una reflexión sobre el trabajo de cada uno, que aprendió, que dudas se resolvieron, que sabíamos y que sabemos, todo esto se registrará en la hoja de autoevaluación que se le entregará a cada estudiante, además se retomará la situación problema y se le dará solución.

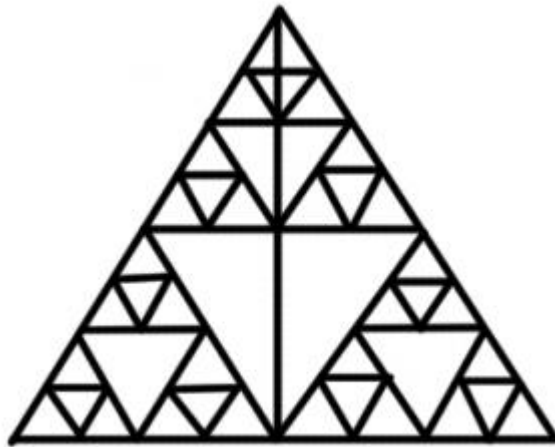
#### **ANEXO 4**



## ANEXO 5

NOMBRE: \_\_\_\_\_

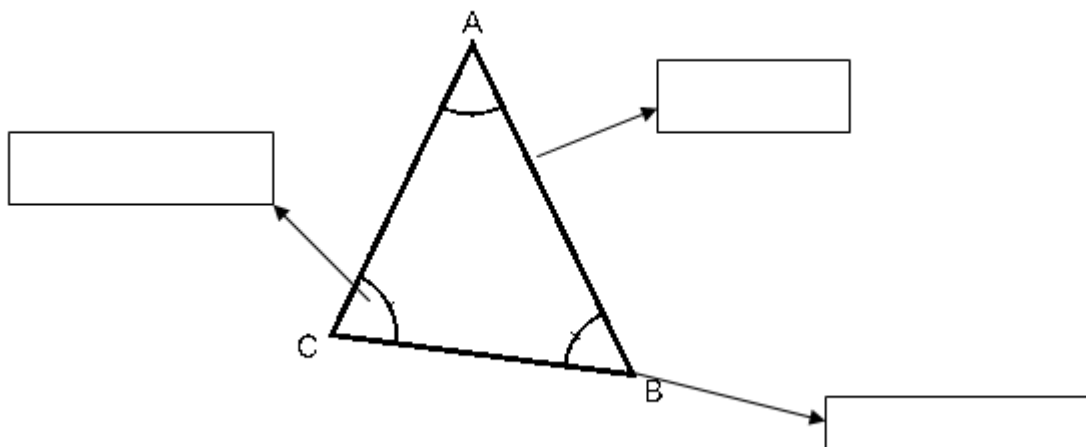
1. Observa la siguiente imagen compuesta por varios triángulos.



Teniendo en cuenta la imagen anterior, responde:

- a. ¿Cuántos triángulos pequeños viste? \_\_\_\_\_
- b. ¿Cuántos triángulos medianos viste? \_\_\_\_\_
- c. ¿Cuántos triángulos grandes viste? \_\_\_\_\_

2. Escribe el nombre de la parte del Triángulo señalada:



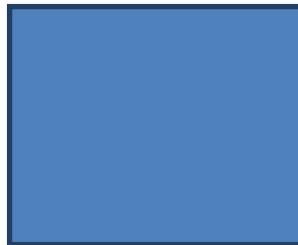
## **ESTRATEGIA DEL CUADRADO**

### **FASES DE APRENDIZAJE**

#### **FASE 1: INFORMACIÓN**

##### **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:**

Se iniciará la clase contándoles a los niños todas las actividades que vamos a realizar en el transcurso de la jornada y que vamos a trabajar el cuadrado y sus características. Se le mostrará a los niños un cuadrado y se empezarán a hacer preguntas como las siguientes: ¿Qué figura trabajaste? ¿Para qué nos sirve esta figura? Y ¿que saben acerca de esta figura?



#### **FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA**

Primero se le explicara a los niños cuales son las características que posee el cuadrado y a continuación se le entregará a los niños una hoja con un cuadro dibujado, se le pedirá a los niños que alrededor de ese cuadro coloquen las características del cuadrado y las señale en el dibujo. Después de realizar la actividad se le pedirá a los niños que socialicen entre ellos y la profesora corregirá y aclarará dudas.

### **FASE 3: EXPLICITACIÓN**

Empezamos preguntando a los estudiantes si hay algún niño voluntario para enseñarnos qué forma tiene un cuadrado. Un estudiante busca en la clase un objeto cuadrado y lo enseña a los demás. Así que cada niño se anima para buscar un objeto con la misma forma cuadrada. Es un primer contacto y dejamos que busquen, investiguen, descubran y manipulen. En una hoja deberán escribir en que parte del salón encontraron el cuadrado y porque cree que es cuadrado, que características tiene y que tamaño tiene.

### **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE**

Se formarán en grupos de 4 estudiantes y deberán hacer un dibujo a su gusto donde debe llevar la mayor cantidad de cuadrados. Cada grupo cuando termine deberá socializar su dibujo y mostrarle a sus compañeros la cantidad de cuadrados que utilizaron para la realización de su dibujo.

### **FASE 5: INTEGRACIÓN**

Para el cierre de las actividades con el cuadrado se hará una mesa y se socializaran unas preguntas como: ¿que figura trabajamos? ¿Cuántos ángulos forma? ¿Cuál es la medida de cada uno? Así llegaran a una retroalimentación entre todos.

### **NIVEL 2 DE VAN HIELE: ANÁLISIS:**

#### **FASES DE APRENDIZAJE**

#### **FASE 1: INFORMACIÓN**

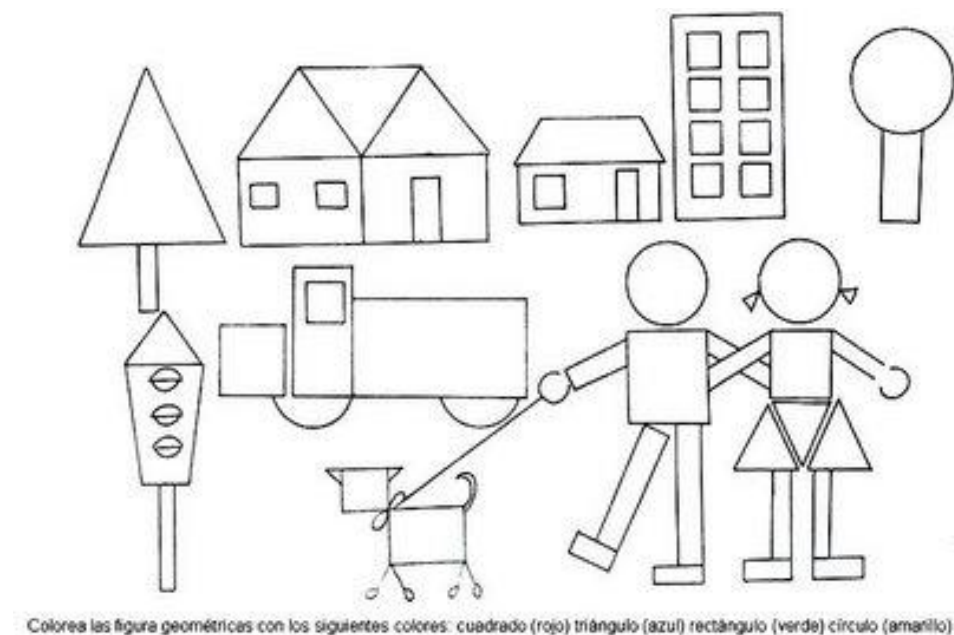
#### **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:**

Se les explicará las actividades que vamos a hacer y cómo las vamos a realizar, luego realizaremos una actividad donde el estudiante se le dibujarán diferentes figuras parecidas al cuadrado y el niño deberá seleccionar las que son correctas

para ver si sabe las características que diferencia el cuadrado de otras figuras geométricas.

## **FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA**

Se le entregará un dibujo a los niños donde tiene varias figuras geométricas y acá el niño deberá colorear solo los cuadrados. Al finalizar todos socializarán sus dibujos para saber qué les faltó o que hicieron mal.



## **FASE 3: EXPLICITACIÓN**

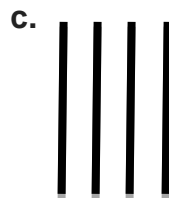
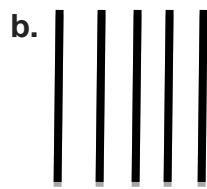
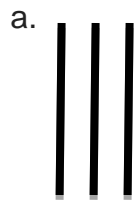
Después de realizar la actividad anterior se le preguntará a los niños que características tuvieron en cuenta para identificar los cuadrados en el dibujo y porque son cuadrados.

## **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE**

Se le entregará a cada estudiante una ficha con 3 preguntas.

Nombre: \_\_\_\_\_

1. Con cuál de las siguientes opciones podrías construir un cuadrado.



2. Selecciona las imágenes que están conformadas por cuadrados:

A.



B.



C.



D.





3. Cuántos ángulos tiene un cuadrado:

A. 6

B. 4

C. 3

D. 5

E. 2

### **FASE 5: INTEGRACIÓN**

Haremos una retroalimentación de todo lo trabajado durante la clase para darnos cuenta si los conceptos del cuadrado enseñados en clase quedaron claros (ángulos, lados y vértices) donde todos participarán y darán ideas.

## **ESTRATEGIA DEL RECTÁNGULO**

### **FASES DE APRENDIZAJE**

#### **FASE 1: INFORMACIÓN**

##### **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD:**

La profesora explicará a los estudiantes las actividades que se realizarán a lo largo de la jornada. Primero se les contará que las actividades a realizar son relacionadas con el rectángulo, También necesita el profesor conocer los saberes previos de los estudiantes, por lo que para este primer acercamiento se traerán varias figuras geométricas grandes y se le preguntará a los niños que cuál de todas esas figuras es un rectángulo, y por qué saben que es un rectángulo y qué caracteriza el rectángulo.

#### **FASE 2: ORIENTACIÓN DIRIGIDA**

En esta actividad los niños deberán salir al patio del colegio y observar la casa que queda en todo el frente del colegio y dibujarla en una hoja de Block y tratar de encontrar la mayor cantidad de los rectángulos que se evidencian en la casa, la profesora le irá dando pistas de donde pueden encontrar esta figura para que ellos las encuentren más fácilmente.

#### **FASE 3: EXPLICITACIÓN**

Observa la imagen y menciona los objetos que tienen forma rectangular. Y explícale a tus compañeros por qué crees que son rectángulos y qué características poseen estos rectángulos.



#### **FASE 4: ORIENTACIÓN LIBRE**

Se reunirán en grupos de 3 estudiantes donde deberán hacer un dibujo a su gusto, el dibujo deberá llevar la mayor cantidad de rectángulos y subrayarlos con un marcador para que el resto de sus compañeros los reconozcan en el dibujo.

#### **FASE 5: INTEGRACIÓN**

Se harán en una mesa redonda donde todos los niños deberán participar y opinar acerca del rectángulo, dando la mayor cantidad de características de él.

### 8.1.3. Formato Ficha de Autoevaluación

NOMBRE:	SI	NO
Participé en cada una de las actividades.		
Escuché atentamente las opiniones de los demás.		
Contribuí a las discusiones en grupo.		
Comuniqué ideas e información claramente.		
QUÉ APRENDÍ		

#### **8.1.4. Diario de Campo**

##### **ESTRATEGIA DEL CUADRADO**

Se inicio la clase explicándoles a los estudiantes las actividades que se iban a realizar en el transcurso del día:

P: “vamos a trabajar el cuadrado y las características del cuadrado”

La profesora inicio la clase mostrando un cuadrado y les pregunto

P: ¿que figura es?

E: un cuadrado

P: ¿Qué saben acerca de esta figura?

E: que es cuadrada

P: ¿Qué objeto que hay a su alrededor se parece esta figura?,

E: el televisor, las ventanas, la reja, esas casas, la portería.

Después de hacer estas preguntas la profesora empezó a explicar en el tablero cuales eran los ángulos, los vértices y los lados del cuadrado y dibujo varios cuadrados en el tablero y les mostró a los estudiantes las características de cada uno,

Luego les entregó una hoja a cada niño y la hoja tenía un cuadrado, allí los niños debían colocar las características que la profesora había explicado en el tablero, al terminar todos la actividad la socializaron sacó un niño al tablero donde el niño

debía escribir las características para que sus compañeros se dieran cuenta si habían realizado bien el trabajo.

Después la profesora les pregunto que quien le podía mostrar un cuadrado en el salón que lugar o que cosa del salón tenía forma de cuadrado, varios niños levantaron la mano y uno mostró una ventana, otro dijo que el tablero, y así varios niños levantaron la mano y mostraron la cancha, la puerta los cuadernos, después de esto se les entregó una hoja por grupos de 4 estudiantes y la profesora les pidió que hicieran un dibujo el que quisiera pero que llevara la mayor cantidad de cuadrados, cuando todos los niños terminaron el dibujo lo mostraron a sus compañero y se lo entregaron a la profesora.

La profesora les dijo que iban a cerrar las actividades que habían realizado y que hicieran una mesa redonda, todos los niños se organizaron en mesa redonda y la profesora empezó a preguntar ¿que figura trabajamos? ¿Cuántos ángulos tiene un cuadrado? Y así hizo una retroalimentación de todo.

La profesora explico que iba a realizar una actividad y dibujo varias figuras en el tablero parecidas al cuadrado, cuando termino de dibujarlas le pregunto a un estudiante que cual de las figuras que ella había acabado de dibujar era un cuadrado y él respondió correctamente cual era, después de esto la profesora les entregó un dibujo a cada estudiante, el dibujo está compuesto por varios cuadrados, pero también hay rectángulos, triángulos, y círculos, pero la profesora les dice que solo deben colorear los cuadrados que encuentren en el dibujo, un estudiante se encontraba confundido entonces la profesora se acerco y le dijo “recuerda que solo debes pintar los cuadrados que son los que tienen cuantos lados... cuantos vértices... y cuantos ángulos...” cuando todos los niños terminaron el trabajo les pregunto qué características tuvieron en cuenta para identificar cuáles eran los cuadrados, y varios niños respondían que por que eran más cuadrados y que los otros no. Luego de esta actividad la profesora dijo: “ponen atención y me miran todos por favor, les voy a entregar a cada uno una

ficha de estas, tiene tres preguntas, las resuelven por favor” le entrego a cada niño una ficha que debían resolver y todos los niños se concentraron y se colocaron a realizar la tarea que debían hacer, cuando todos los niños terminaron la profesora hizo una retroalimentación de lo que habían hecho durante toda la clase y volvió a preguntar acerca de los ángulos, las vértices y los lados de los cuadrados.

### **ESTRATEGIA DEL RECTÁNGULO**

La profesora llega saluda a los niños y les explica lo que van a realizar en el transcurso del día, que actividades van a hacer y les dice: “hoy vamos a trabajar el rectángulo” y empieza a sacar varias figuras grandes: “¿si están viendo las figuras que tengo?” y a medida que las va pegando en el tablero les va preguntando: “qué figura de estas que estoy mostrando es un rectángulo”, varios niños dijeron que la figura roja era el rectángulo, y les empezó a preguntar: “porque saben que esta figura es un rectángulo y no las otras” y un niño respondió: “porque es más alargada”, la profesora le entrego una ficha a cada niño donde había un dibujo allí deberían los niños seleccionar la mayor cantidad de rectángulos que encontraran en ese dibujo todos los niños se colocaron a resolver esa ficha cuando todos la terminaron la profesora les empezó a hacer preguntas como: ¿ qué diferencia un cuadrado de un rectángulo? Y los niños siempre respondían que el rectángulo es más alargado. ¿Cuántos lados tenía un rectángulo? Y respondían 4 que tenía los mismos lados del cuadrado porque eran muy parecidos y les pregunto que si los rectángulos también poseían vértices y los niños respondieron “sí”, así la profesora termino las actividades con el rectángulo.

### **ESTRATEGIA DEL CÍRCULO**

Primero empezó saludándolos y presentándose:

P: Buenos días niños, como están ¿bien?

E: ¡Bien!

P: Bueno les cuento que yo me llamo Katherine y mi compañera se llama Ángela y vamos a trabajar con ustedes geometría, quien de ustedes conocen las figuras geométricas

E: (Varios dicen “yo”)

Después empezó a indagar conocimientos previos sobre las figuras y cuerpos geométricos:

P: Cuales conocen

E: Triángulo, círculo, cuadrado

P: Conocen muchas, entonces les cuento que hoy vamos a trabajar el círculo y la circunferencia, ¿listo?”

E: ¡Listo!

Después de esto empezó a preguntarles

P: ¿qué saben del círculo?

Pero como no decían nada ella cambió la pregunta por:

P: ¿Cómo es?

Y los estudiantes empezaron a responder:

E: es redondo, no tiene esquinas.

Siguiendo con la actividad la profesora les contó una situación problema y a caminar por todo el salón mientras lo hacía, como la situación problema era de cocinar una pizza empezó a preguntarle a los estudiantes:

P: ¿qué forma tienen las pizzas?,

(Ellos empezaron a responder)

E: triangular (unos)

E: redonda (otros)

P: como es un solo pedazo



E: ¡triangular!

P: pero nosotros vamos a mirar cómo es la pizza entera cuando viene en la caja grande

E: ¡circular!

Después pasa a la primera actividad:

P: ¿quieren hacer una pizza en plastilina?

E: ¡sí!

P: pasaré entregándoles un pedazo de plastilina y me formarán una pizza

Saco la plastilina y empezó a repartir de puesto por puesto, los niños empezaron a amasar y a hacer una bolita y luego la aplastaron , paso un lapso de tiempo y los niños seguían armando su pizza y algunos niños la decoraron, todos estaban concentrados realizando su pizza,

P: ¿Ya estamos terminando?

E: ¡no!

Porque estaban concentrados realizando su pizza, como se estaban demorando tanto a la profesora le toco decir que solo les daba un minuto para que terminaran la pizza, cuando terminaron de hacerla, empezaron a mostrarla desde el puesto, la profesora volvió a preguntar

P: ¿qué forma tiene la pizza que acaban de hacer?

E: ¡redonda!

La profesora hizo una pizza, la pego en el tablero y la dividió por pedazos y pregunto:

P: ¿que acabe de hacer?

E: la esta partiendo

Después le hizo un punto en el centro y les pregunto

P: ¿este punto que será?

E: la mitad de la pizza para poderla partir en partes iguales y que a todos les toque lo mismo.

Después paso a la siguiente actividad

P: Ahora me colocaré éste cinturón (mostrando un cinturón con varias cintas amarradas a él), y harán una mesa redonda alrededor mío, después cada uno de ustedes cogerá una cinta, lo que vamos hacer es mirar que todas las cintas salen de un mismo punto y llegan a otro y vamos a tratar de formar una circunferencia.

La profesora saco el cinturón y se lo amarro de la cintura, les pidió que corrieran las sillas e hicieran una mesa redonda, los niños empezaron a correr todas las sillas hasta que hicieron la mesa redonda, y la profesora se paro en el centro de la mesa redonda y los niños se pararon y cada uno cogió una cuerda, al coger cada uno una tira formaron un circulo dividido como una pizza, cuando ya todos tenían cuerda

P: les voy a enseñar una nueva canción (empezó a cantarla) Redondo, redondo, o, o, como una ruedita, a, a, redondo, redondo, o, o, no tengo esquinitas, tas, tas...

Después de ella repetirla varias veces los estudiantes la cantaron, después les empezó a explicar que mientras iban cantando fueran rotando las cuerdas tenían que pasársela a su compañero del lado izquierdo y que cuando la canción llegara al “tas, tas” no se la pasaban a su compañero sino que movían la mano con la cuerda sin soltarla ni pasársela a su compañero, luego de explicarles empezaron a cantar y los estudiantes empezaron a pasar la cuerda se hizo la actividad en dos oportunidades, después

P: ¿Qué hicimos?

E: jugamos con unas cuerdas y cantamos una canción

Siguiendo con otra actividad, les pidió que organizaran nuevamente el salón y que se sentarán y pego una cartelera en el tablero que tenía un circulo con un punto en la mitad y varias líneas que iban de ese punto hasta la circunferencia que era la línea curva, empezó a explicar en el dibujo del circulo que tenía pegado en el tablero como estaba conformado el circulo, cuál era el centro, el circulo y la

circunferencia y empezó a comparar ese círculo con la actividad que habían acabado de hacer con las cuerdas les pregunto

P: ¿esto se parece a lo que hicimos con el cinturón y las cintas?

E: si

P: ¿esto se parece a la pizza que cada uno hizo?

E: si

P: quien me dice ¿dónde estaba ubicada yo?

E: en el centro

Y ella resalto el centro en el dibujo del tablero y les confirmo a los estudiantes que ese punto se llamaba “centro” y lo escribió en el tablero, les pregunto

P: y ustedes ¿dónde estaban?

E: alrededor

Mientras ella iba señalando en el dibujo

P: ese alrededor ¿cómo se llamaba?

E: se llamaba círculo

P: la línea que ustedes formaron entre todos se llama “circunferencia” que es línea curva, cerrada y plana, ¿eso fue lo que hicimos?

E: si

P: y las líneas que formamos con las cintas q salían de donde yo estaba hasta donde ustedes estaban se llama circulo que es la superficie plana contenida dentro de la circunferencia, todas la cintas median lo mismo para que pudiéramos formar la circunferencia.

P: ¿que acabamos de ver entonces?

E: centro, circunferencia y circulo

P: ¿la circunferencia es una línea recta o curva?

E: curva

P: y ¿Qué es el circulo entonces?

E: el círculo es todo lo que está dentro de la circunferencia

E: el espacio de adentro es el círculo.

P: si el círculo está formado por centro y circunferencia ¿Dónde quedará el centro en este dibujo?

E: en la mitad

P: listo, ¿quedo todo claro o tienen alguna duda?

E: no

P: ¿están seguros?

E: si

Para continuar les dijo:

P: ¿ustedes me pueden hacer un favor?

E: sí

Saco unas fichas, le pidió a los estudiantes que en esas hojas escribieran su nombre completo y empezó a leer las instrucciones que habían en las hojas y a explicarles que debían de hacer,

P: responden de acuerdo a lo que acabamos de aprender

Empezó a repartir las fichas, todos los estudiantes se concentraron en la actividad y cuando no entendían llamaban a la profesora, cuando terminaron de resolver las fichas, la profesora recogió las fichas, y les dijo:

P: ahora todos nos vamos a sentar en mesa redonda acá en el piso

Todos lo hicieron y empezaron hablar de lo que habían hecho desde que hicieron la pizza que les había gustado mucho la clase porque les habían traído plastilina

P: que rico que les haya gustado el trabajo de hoy pero quiero que me digan también ¿qué fue lo que aprendimos?

E: el circulo, el centro y la circunferencia

P: que son las...

E: características

E: lo que lo hace diferente

E: profe y también aprendimos a hacer pizza

E: que es un círculo también

P: exacto, y como es un circulo entonces ¿Cuáles son sus características?

E: profe ya las dijimos

P: yo no me acuerdo, ¿me las recuerdan?

E: que tiene centro, cir...

P: y ¿qué es el centro?

E: lo de la mitad

E: ¡un punto!

P: muy bien, ¿la circunferencia entonces que es?

E: el borde

P: y como es ese borde que dices

E: una línea curva

P: exacto y ¿el círculo entonces?

E: es todo lo que hay adentro

P: es la superficie plana contenida dentro de la circunferencia

E: si si profe

Por último les dio las gracias por el excelente trabajo y el buen comportamiento y les pidió que si respondían una evaluación de lo que habían acabado de hacer. Se despide de ellos.

## **ESTRATEGIA DEL TRIANGULO**

La profesora hace el encuadre normal de la jornada, saludándolos les dice:

P: el día de hoy vamos a trabajar otra figura geométrica, se acuerdan ¿qué figura geométrica aprendimos ayer?

E: el circulo

P: listo, hoy vamos a ver el triangulo, pero imagínense que Camila una niña que yo conozco... (Comienza a contarles la situación problema)

Cuando termina de contarla les dice:

P: miremos afuera ¿dónde podemos encontrar triángulos?

E: en los techos, las montañas

P: ¿no más? Miren el viaducto haber que triángulos ven ahí

E: a si profe... en las puntas de arriba y en lo que lo sostiene

P: y ustedes ¿como saben que son triángulos?

E: porque tiene la forma de los techos que son triángulos

P: bueno me van hacer entonces en una hojita un dibujo así como los que vimos afuera que tenga uno o más triángulos.

Después de un tiempo la profesora recoge los dibujos y los va pegando en la pared, después empieza a socializar el trabajo pasando por ellos y cada estudiante explica lo que dibujo, profesora realiza preguntas como:

P: ¿qué dibujaste? ¿Por qué eso es un triángulo?

Para continuar con las actividades la profesora les dice:

P: les voy a entregar unas hojas y vamos hacer sacapiojos, ¿ustedes conocen los sacapiojos?

E: si

Entrega las hojas a cada estudiante y empieza a explicar cómo van hacer el sacapiojos paso a paso, apenas terminan les pide que lo desarmen, al desarmarlo se evidencian en la hoja varios dobleces que forman triángulos, les dice:

P: ahora ¿que figura geométrica nos muestran todos esos dobleces?

E: triángulos

P: va a contar cada uno cuantos triángulos tiene en su hoja

E: 35, 42, 69, 56...

Después les cuenta que van a pasar a otra actividad así que van a guardar los sacapiojos para ella poderles entregar la siguiente ficha. Les muestra una ficha llena de puntos y les explica:

P: ven todos esos puntos

E: si

P: ahora lo que ustedes van hacer es formar los triángulos que mas puedan usando los puntos, ¿claro?

E: si

Comienza a entregar las fichas y los estudiantes a resolverlas, ella saca una cartelera igual a la ficha y la pega en el tablero, pero un estudiante tenía dudas así que la profesora se le acerca para resolverle sus dudas:

P: muéstrame lo que has hecho

E: (le muestra)

P: no crees que pueda haber más triángulos

E: no profe solo esos

P: y ¿Con estos tres puntos puedes formar otro triángulo?"

E: a... si profe

P: y con cuales más dime

E: con estos otros tres y con estos tres también y con... no jaa profe si muchos

Después de un tiempo de rotar por todo el salón identificando posibles dudas vuelve donde el mismo estudiante y le pregunta:

P: ¿Cuántos triángulos hay dentro de este triángulo grande?

E: uno... dos, dos profe

P: y este de acá ¿qué sería entonces?

E: mmm si profe otro triangulo... son tres entonces

Después de un tiempo les dice:

P: Bueno ya que todos terminaron quien quiere venir acá (mostrando el pliego de papel Bond con varios puntos) a dibujar lo que hizo en la copia

E: yo, yo, yo

Salen de a 3 estudiantes y dibujan un solo triangulo de todos los que realizaron en su ficha, cuando acaban de pasar los que querían, la profesora les dice:

P: ahora vamos a ver cuáles son las características del triangulo

E: profe como así que características yo nunca había escuchado que el triangulo tenia características

P: es lo que lo hace diferente a las demás figuras geométricas, por ejemplo con nosotros que nos hace diferentes a los elefantes

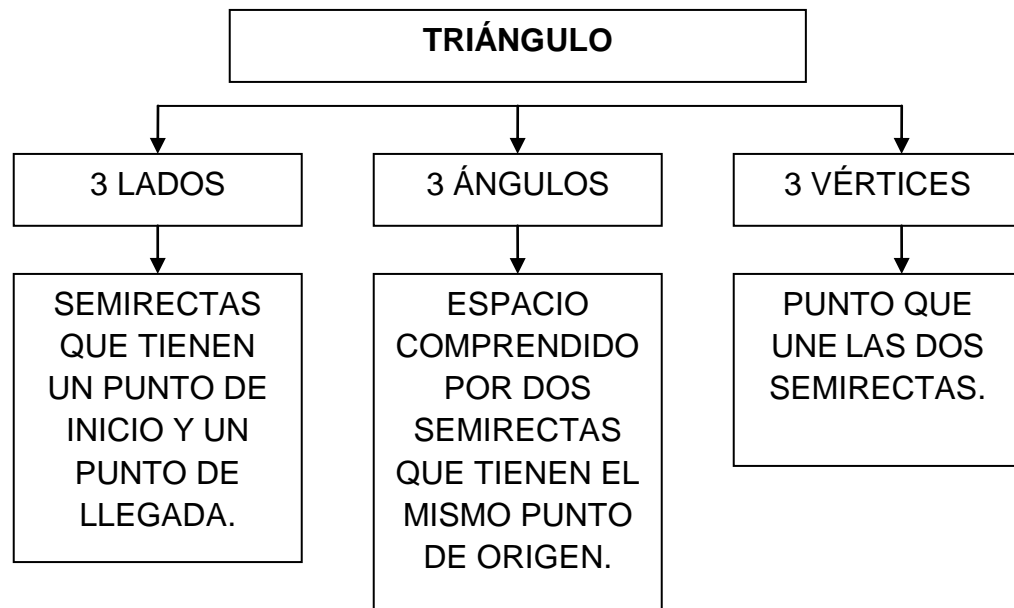
E: que nosotros tenemos solo dos piernas y ellos tiene cuatro patas

E: que nosotros tenemos boca y ellos una trompota...

E y P: jajajajaja

P: bueno esas son las características que nos hacen diferentes ahora vamos a ver qué características hacen diferente al triángulo del círculo por ejemplo.

Toma como ejemplo uno de los triángulos que están en la cartelera y señala las partes haciendo con esto a un lado del tablero un mapa conceptual



Al terminar de explicar les dice:

P: ¿queda todo claro?

E: si...

P: entonces ¿cuántos lados tiene un triángulo?

E: tres

P: y ¿qué es un lado?

E: una semirrecta que tiene un inicio y un final

P: y entonces como se unen dos semirrectas

E: por puntos



E: así como la guía

P: exacto

Para seguir con las actividades la profesora explica:

P: ahora les voy a entregar a cada uno esta ficha en donde deben primero colocar el nombre, después leer bien los dos ejercicios y los resuelven según lo que hemos trabajado

Al terminar de resolver la ficha se sientan todos en el piso como en la sesión anterior y socializan lo realizado

P: el día de hoy ¿qué fue lo que aprendimos? Y además de todo eso ¿Qué más hicimos?

También retoman la pregunta de la situación problema y le dan solución

P: ahora que ya sabemos tantas cosas sobre las figuras geométricas, ustedes me van a responder lo que Camila no sabía para poderle enseñar a Santiago les parece

E: si

E: pues que vaya al colegio y que aprenda

P: pero yo estoy segura que tú con todo lo que sabes ya le puedes enseñar, ¿cierto?

E: claro profe

Se para y dibuja en el tablero un círculo

P: como se llama esta figura

E: círculo

P: y ¿cuáles son sus características?

E: que tienen circunferencia, centro y círculo

E: profe pero eso no lo vimos hoy

P: pero ustedes ya lo saben ¿o no?

E: a pues si pero no lo vimos hoy

P: sí señor, bueno entonces ahora me dicen por favor (dibujando un triángulo)

¿Qué figura es esta?

E: triángulo

E: que tiene tres lados, tres ángulos y tres vértices... me gane un chulo.

E: jajajajajajaj

P: a todos les quedo súper claro entonces

E: si

P: ¿Qué aprendimos hoy entonces?

E: las características del triángulo

Entonces les pide que pasen a los puestos, les entrega de nuevo la autoevaluación, las recoge y se despide de todos

## 8.2. CARTA DE CONSENTIMIENTO PARA APLICACIÓN DE PROPUESTA

Pereira, 16 de Noviembre de 2012

Magister:  
Fabio Ernesto Betancourt Patiño  
Rector.  
Institución Educativa Gimnasio Risaralda  
Pereira.

ASUNTO: Solicitud desarrollo propuesta pedagógica como requisito proyecto de grado.

Respetado Rector.

La Universidad Tecnológica de Pereira ofrece a la región la Licenciatura en Pedagogía Infantil, adscrita a la Facultad de Ciencias de la Educación. Dentro de su plan de estudios, las y los futuros maestros deben presentar el diseño, desarrollo y evaluación de una propuesta que contribuya con la transformación de las prácticas de los maestros.

Las estudiantes Katherine Palacio Villada y Ángela María Beltrán Torres, presentaron su proyecto de grado dirigido a fortalecer la enseñanza y aprendizaje del pensamiento espacial de los niños de básica primaria, al implementar una estrategia centrada en los niveles de razonamiento de Van Hiele.

En razón de lo anteriormente expuesto, como asesor de investigación y docente de la Universidad Tecnológica de Pereira, le solicito muy comedidamente nos brinde la oportunidad de realizar este proceso formativo en su institución. Es de aclarar el compromiso, que una vez se tenga el informe final, ustedes serían los primeros en conocer los resultados de la investigación antes de ser conocidos por la comunidad académica.

Quedamos en gratitud por su valiosa colaboración y prestos a cualquier aclaración que se amerite.

HÉCTOR GERARDO SANCHEZ BEDOYA.

Docente Investigación III-Licenciatura en Pedagogía Infantil

Celular: 314-8126278